APPUNTI DI ELETTRONICA

VOL. 3

Supplemento al n. 6 di SPERIMENTARE
Sped. in Abb. Postale Gruppo III/70

STRUTTURA DELL'OPERA

Questo libro è costituito da una raccolta di fogli che trattano ciascuno un solo argomento come risulta dalla intestazione unificata.

L'argomento trattato su ogni singola pagina, viene esaurito nella stessa pagina.

In questo modo si evita che le figure possono trovarsi in pagine diverse da quelle del testo e perciò la lettura viene facilitata.

CARATTERISTICHE

Il libro può essere trasformato in una raccolta di fogli mobili semplicemente staccandoli dal dorso, forandoli opportunamente e raccogliendoli in apposita copertina con anelli che si trova in qualsiasi cartoleria.

Questo sarà opportuno farlo:

1) — qualora il lettore intendesse aggiungere suoi appunti
2) — qualora il lettore volesse inserire dei cartoncini separatori per facilitare la ricerca e per meglio suddividere i capitoli
3) — per inserire eventuali fogli aggiuntivi che nel futuro venissero pubblicati
4) — per poter effettuare confronti di analogie con altri fogli della raccolta.

A questo scopo si segnala che il codice decimale di collocazione, posto accanto alla testata unificata, vuole ottenere lo scopo di permettere l'inserzione di fogli senza interferire sulla struttura stessa della pubblicazione.

Il lettore può dotare di linguette sporgenti con il richiamo del codice ogni foglio relativo ai vari indici.

In questo modo si facilita la ricerca e la consultazione.

Non si è voluto predisporre questo vantaggio in sede redazionale per non rendere troppo costoso ogni volume.

METODO DI SPIEGAZIONE

Si è voluto dare alle figure un valore preponderante usando il testo come ausiliario esplicativo delle stesse.

Questo metodo, che si allontana dall'ortodossia tradizionale, è stato gradito dai lettori della precedente esperienza editoriale (v. pagg. seguenti).

Essi hanno riconosciuto in questo metodo una forza comunicativa notevole e molto più vicina a quella della viva voce dell'insegnante che spiega alla lavagna dialogando con gli allievi.

Vorremmo che il lettore apprezzasse quanto questo metodo abbia richiesto maggior dedizione da parte dell'autore e della Redazione e maggiori costi da parte dell'Editore.

CONTRASSEGNI SULLE PAGINE

I contrassegni riportati sulle pagine in alto a destra hanno il seguente scopo:

nessun contrassegno	pagine sufficienti per coloro che vogliono accontentarsi di una conoscenza superficiale
una stella ★	pagine destinate a coloro che desiderano una maggior conoscenza della materia, ma non possono essere trascurate dai lettori delle sole pagine senza contrassegno per quanto riguarda le conclusioni
due stelle ★ ★	pagine destinate solo a coloro che desiderano un maggior approfondimento.

CRITERIO DI NUMERAZIONE DECIMALE DEI FOGLI

A) SUDDIVISIONE

L'opera è suddivisa in	10 sezioni
Ogni sezione è suddivisa in	10 capitoli
Ogni capitolo è suddiviso in	10 paragrafi
Ogni paragrafo è suddiviso in	10 argomenti

B) CODICE DI NUMERAZIONE DELLE PAGINE DI TESTO

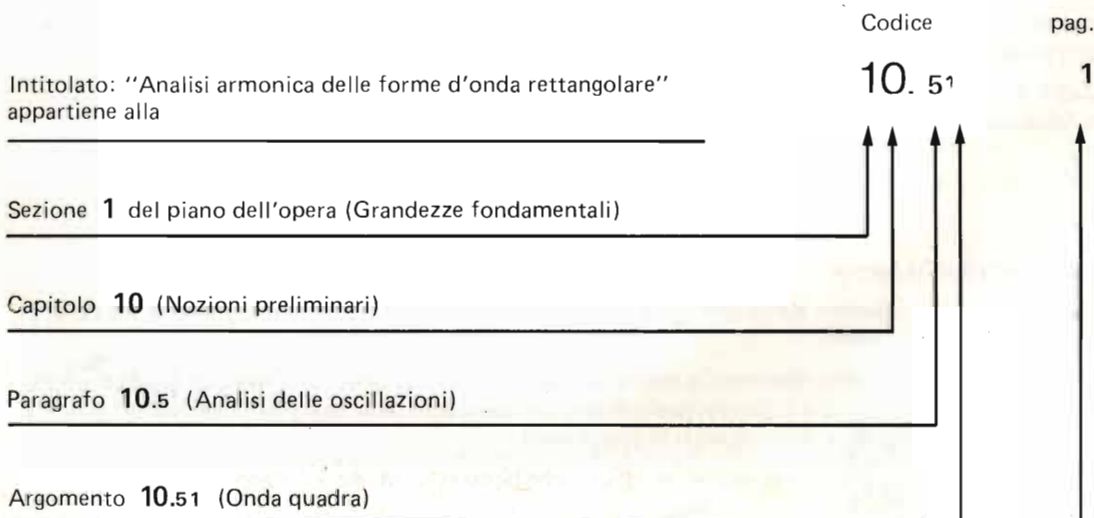
Normalmente ogni foglio è individuato da un

codice di quattro cifre

suddivise in due gruppi di due cifre
(due cifre intere e due cifre decimali)

Le due cifre intere sono stampate in corpo maggiore per evitare confusioni → **12.345** ← Una quinta cifra può esistere se si vuole suddividere ulteriormente il soggetto relativa alla cifra precedente

Ogni cifra si riferisce ad una suddivisione del soggetto relativo alla cifra precedente.

C) ESEMPIO: il foglio

PARAMETRI DEL CIRCUITO

Indice dei paragrafi e degli argomenti

Paragrafo 13.0

INDICE

Indice degli argomenti e delle pagine

INDICE ANALITICO

Avvertenza: ricordando il criterio di codificazione espresso in 00.01-2

se l'indicazione è rappresentata con:		significa che la voce cercata è trattata:
una sola cifra	(es.: 1)	nell'intera **sezione** relativa alla cifra indicata
due cifre	(es.: 12)	nell'intero **capitolo** relativo alle cifre indicate
tre cifre	(es.: 13.7)	nell'intero **paragrafo** relativo alle cifre indicate
quattro cifre	(es.: 12.42)	nell'intero **argomento** relativo alle cifre indicate
cinque cifre	(es.: 13.24-1)	nella **pagina** relativa alle cifre indicate

LIBRI

ABBREVIAZIONE	AUTORI E TITOLO	EDITORE
BOTTANI	E. Bottani e R. Sartori Lezioni sui fondamenti dell'Elettronica	Libreria Editrice Politecnica 1944
COLOMBO	A. Colombo Manuale dell'ingegnere	Hoepli 1947
MONDANI	F. Mondani Elementi di elettronica e di elettrotecnica 2 voll.	Trevisini 1966
GIOMETTI	R. Giometti e F. Frascari Elettrotecnica Elettronica Radiotecnica	Calderini 1° vol. 1973 2° vol. 1974
E.S.T.	Enciclopedia della Scienza e della Tecnica	Mondadori 1965

RIVISTE

SIGLA	TITOLO	EDITORE
TA	Tecniche dell'Automazione	ETAS KOMPASS
Sp	Sperimentare	J.C.E.
S.R.	Selezione Radio TV	J.C.E.
E.O.	Elettronica Oggi	J.C.E.

PANORAMICA DEL CAPITOLO

INTRODUZIONE

E' bene fin d'ora tentare di mettere in chiaro alcuni concetti fondamentali che i principianti spesso confondono.

In questo capitolo spiegheremo prima il comportamento elettrico dei tre elementi fondamentali del circuito:

— il condensatore
— l'induttore
— il resistore

al fine di chiarire poi l'influenza che hanno in ogni elemento del circuito le tre grandezze fondamentali che li caratterizzano:

— la capacità
— l'induttanza
— la resistenza

DEFINIZIONE ASSOLUTA

Queste grandezze fondamentali si chiamavano un tempo **"costanti" del circuito** in quanto il loro valore si immaginava immutabile sotto qualsiasi sollecitazione elettrica.

Oggi si preferisce chiamarle **"parametri del circuito"** in quanto il loro valore interviene come operatore sotto determinate condizioni elettriche.

GRANDEZZE TIPICHE DEL REGIME ALTERNATO SINOIDALE

Ci sono altre grandezze derivate da queste che sono caratteristiche uniche dell'elettricità a **regime alternato sinoidale.**

Esse sono — la reattanza (induttiva e capacitiva)
e ancora — la resistenza

Dalla combinazione in serie di queste due ultime nasce una grandezza fondamentale molto importante:

— l'impedenza

Per facilitare i concetti caratteristici di altre combinazioni, non si può fare a meno di considerare le grandezze reciproche che sono:

— la suscettanza (induttiva e capacitiva)
— la conduttanza

mentre dalle loro combinazioni in parallelo nasce:

— l'ammettenza

EVITIAMO LE CONFUSIONI

Spesso il principiante fa una confusione paurosa e poichè essa è estremamente dannosa alla chiarezza dell'apprendimento dei fenomeni elettrici in generale, raccomandiamo al lettore di porre la massima attenzione sui concetti che verranno espressi in questo capitolo.

Forse tutta questa confusione nasce dal fatto che la resistenza la troviamo inalterata sia come parametro assoluto del circuito sia come grandezza caratteristica del circuito a regime alternato sinoidale ed inoltre l'assonanza di certi termini come induttanza e impedenza aumenta il caos mentale.

Si eserciti bene il lettore a ben discriminare i significati per evitare che nel suo caos mentale ci si trovi poi tutta l'elettronica.

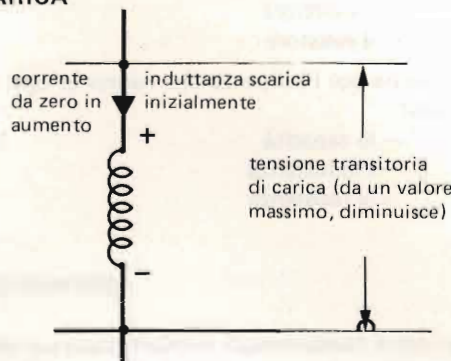
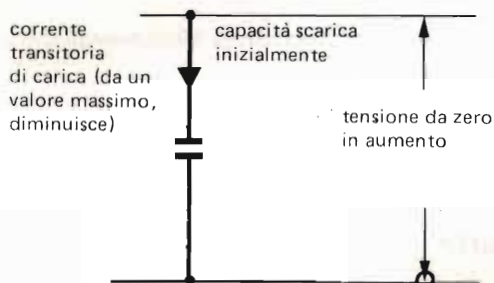
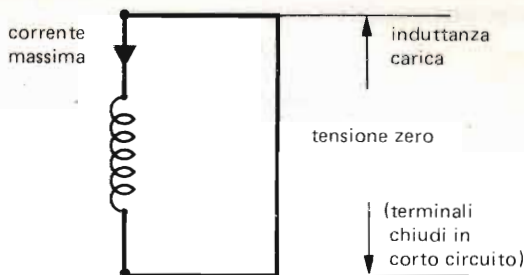
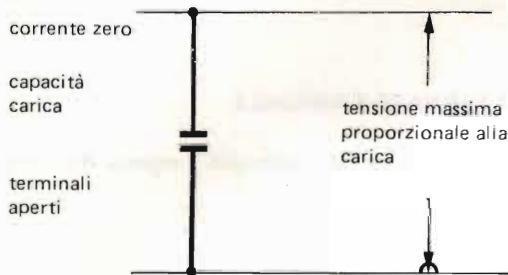
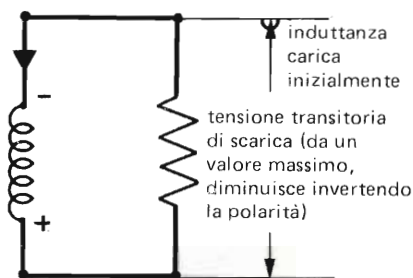
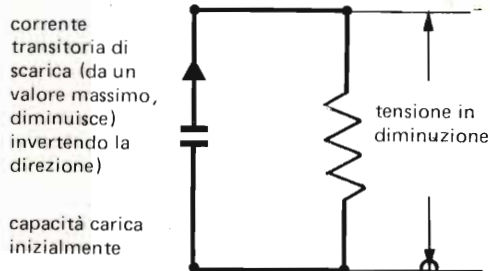
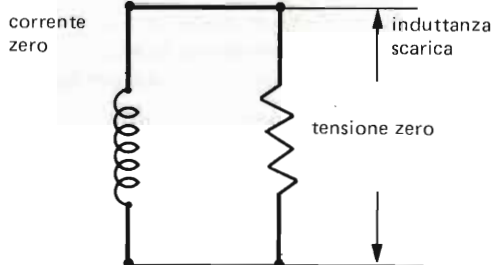
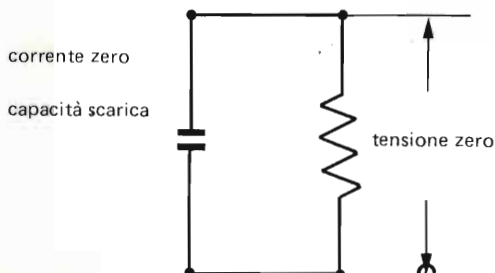
RECIPROCITA' DEI FENOMENI DI CARICA E SCARICA ENERGETICA PER GLI ELEMENTI CHE PRESENTANO CAPACITA' E INDUTTANZA

E' interessante constatare il ruolo reciproco che giocano queste due grandezze
C'è una sorprendente analogia di fenomeni dove tensione e corrente scambiano il ruolo.

Panorama delle situazioni che vengono trattate in dettaglio nei fogli successivi.

La CAPACITA' si carica di energia potenziale che si esprime in tensione (volt)

L'INDUTTANZA si carica di energia cinetica che si esprime in corrente 9ampere)

INIZIO DELLA CARICA

FINE DELLA CARICA

INIZIO DELLA SCARICA

FINE DELLA SCARICA

RESISTENZA E CONDUTTAUNZA, INDUTTANZA E CAPACITA'

N.B. In questo foglio, come sempre, il concetto di resistenza, anche se espresso da solo, non preclude quello di conduttanza che è il suo reciproco.

Comportamento in generale

Il comportamento della resistenza nei circuiti, oltre a quello di (10.2 e 11.72)

- lasciar passare una corrente, se si applica una tensione ai suoi capi, oppure
- presentare una tensione ai suoi capi, se la si fa attraversare da corrente,

dal punto di vista energetico, non accumula (come capacità e induttanza), ma

- dissipa energia sottoforma di calore.

Induttanza, Capacità e Resistenza sono grandezze che si presentano sempre, desiderate o indesiderate, in qualsiasi circuito o negli elementi che lo compongono.

Constati il lettore nella sezione *"Elementi del circuito"* come:

a) Un resistore è tale in quanto la grandezza resistenza è dominante.
In esso però, capacità e induttanza, per quanto ridotte perchè indesiderabili, sono inevitabili.

b) Un condensatore è tale in quanto la grandezza capacità è dominante.
In esso però, resistenza e induttanza, per quanto ridotte perchè indesiderabili, sono inevitabili.

c) Un induttore è tale in quanto la grandezza induttanza è dominante.
In esso però, resistenza e capacità, per quanto ridotte perchè indesiderabili, sono inevitabili.

d) Qualsiasi altro elemento che eserciti una determinata funzione avrà presenti, in modo più o meno dominante oppure indesiderato, tutte e tre le grandezze: Resistenza, Capacità e Induttanza

Resistenza e Conduttanza - Comodità di rappresentazione

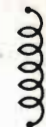
Nei circuiti equivalenti, generalmente troveremo che:

a) La resistenza è presente come tale, quando è rappresentata in serie ad altre grandezze.

b) La conduttanza è presente come tale, quando è rappresentata in parallelo ad altre grandezze.

Comportamento a regime variabile

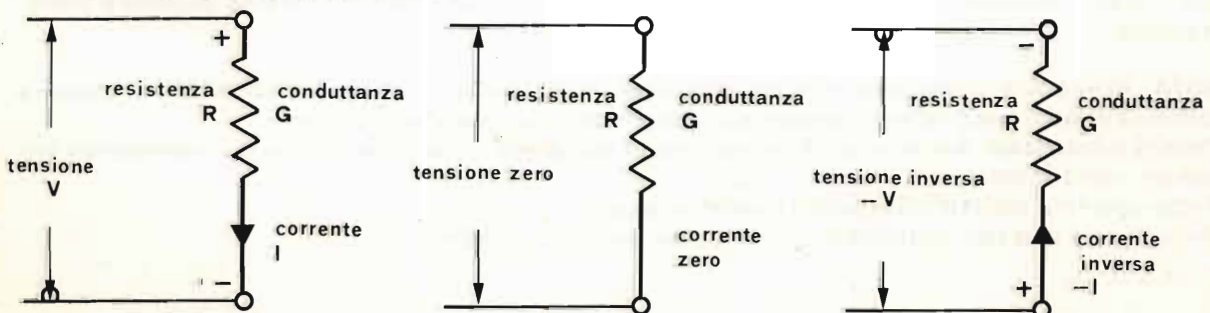
Tensione e correnti, in ottemperanza alla legge di Ohm, si mantengono rigidamente proporzionali fra loro, secondo quei coefficienti reciproci che si chiamano resistenza **R** o conduttanza **G** secondo le ben note relazioni:

$$\boxed{I = GV} \quad G = \frac{1}{R} \qquad \boxed{V = RI} \quad R = \frac{1}{G}$$

Vedremo inoltre come, a differenza del comportamento di induttanza e capacità:

a) qualsiasi forma d'onda sottoforma di tensione applicata ad una conduttanza, genera una corrente che ha le stesse forma d'onda, frequenza e fase della tensione.

b) qualsiasi forma d'onda sottoforma di corrente che attraversa una resistenza, genera una tensione che ha le stesse forma d'onda, frequenza e fase della corrente.

c) la resistenza o la conduttanza servano da elementi *"rallentatori"* nei fenomeni transitori.

Rappresentazione grafica di tre condizioni

RIASSUNTO DELLE CARATTERISTICHE DEI PARAMETRI FONDAMENTALI

PARAMETRI	RESISTENZA	CONDUTTANZA	CAPACITA'	INDUTTANZA
Simbolo	R	$G = \frac{1}{R}$	C	L
Unità di misura	ohm (Ω)	siemens (S)	farad (F)	henry (H)
Equazione statica	$v = Ri$	$I = Gv$	$q = Cv$	$u = Li$
Energia assorbita	$vi\,\Delta t$	$vi\,\Delta t$	$v\,\Delta q$	$i\,\Delta u$
Potenza dissipata	Ri^2	Gv^2	–	–
Energia accumulata	–	–	$\frac{1}{2}Cv^2$	$\frac{1}{2}Li^2$
Equazione dinamica di funzionamento	$v = Ri$	$i = Gv$	$i = C\frac{\Delta v}{\Delta t}$	$v = L\frac{\Delta i}{\Delta t}$
Elemento caratteristico	Resistore	Conduttore	Condensatore	Induttore
Simbolo grafico				
Grandezza sensibile a:	corrente	tensione	rapidità di variazione di tensione	rapidità di variazione di corrente
che produce proporzionalmente al suo valore:	tensione	corrente	corrente (di carica)	tensione (di reazione)

Altri simboli che ricorrono nella tabella

q = carica elettrica in coulomb (cioè ampersecondi)
u = impulso di tensione in voltsecondi
$\frac{\Delta v}{\Delta t}$ = rapidità di variazione della tensione in volt/secondo
$\frac{\Delta i}{\Delta t}$ = rapidità di variazione della corrente in amper/secondo

Con le lettere **minuscole** sono indicate quelle grandezze che possono variare durante l'esperimento.

Con le lettere **maiuscole** sono indicate quelle grandezze, i parametri per l'appunto, che sono destinate a rimanere costanti.

NOTA: Resistenza e Conduttanza sono due modi diversi e reciproci di vedere la proporzionalità fra tensione e corrente e possono essere indifferentemente applicate al medesimo elemento del circuito.
Capacità e Induttanza, ripetiamo, si riferiscono invece a due diversi elementi del circuito: il condensatore e l'induttore, rispettivamente.
Anche queste due gradezze posseggono il parametro reciproco.
Entrambi però sono stati volutamente ignorati per non complicare lo studio

Fonti di informazione Bottani pag. 154

Paragrafo 13.1

RESISTENZA E CONDUTTANZA

Indice degli argomenti e delle pagine

RESISTENZA

LA RESISTENZA NEL CONTESTO DELLE GRANDEZZE ELETTRICHE

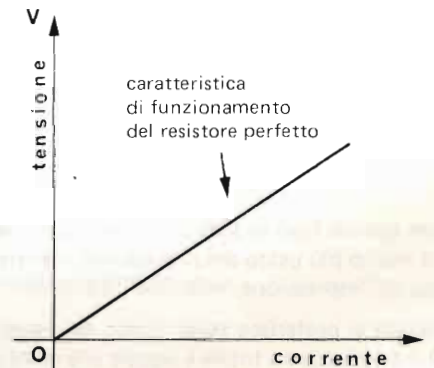
E' indispensabile introdurre questo paragrafo anche nella panoramica che riguarda fondamentalmente i fenomeni elettrici tipici delle grandezze: Capacità (13.2) e Induttanza (13.3), perchè sia ben chiaro il ruolo che questa grandezza svolge nei compiti delle altre due.

Dal punto di vista energetico la resistenza è dissipatrice di energia mentre capacità e induttanza l'accumulano e la rendono al generatore se la sua tensione non si mantiene costante.

Abbiamo già visto in 10.2 e 11.72 come la resistenza elettrica sia intesa come un parametro che stabilisce il concetto di proporzionalità fra tensione e corrente, che interagiscono, in un resistore e in un conduttore.

Per ogni valore di corrente esiste un solo valore di tensione che la provoca: la relazione fra queste due grandezze per un dato elemento in esame si presenta graficamente come in figura.

Essa è lineare secondo il parametro R (resistenza in ohm), che determina l'inclinazione della retta caratteristica conformemente alle scale che si sono scelte per le coordinate.

L'espressione dei valori in termini di resistenza è generalmente molto più comune che l'esposizione reciproca (conduttanza) descritta alla pagina seguente.

Nei calcoli generalmente si tiene conto dei valori espressi come resistenza quando si hanno *elementi in serie* la cui resistenza totale è uguale alla somma delle resistenze parziali

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots\dots + R_n$$

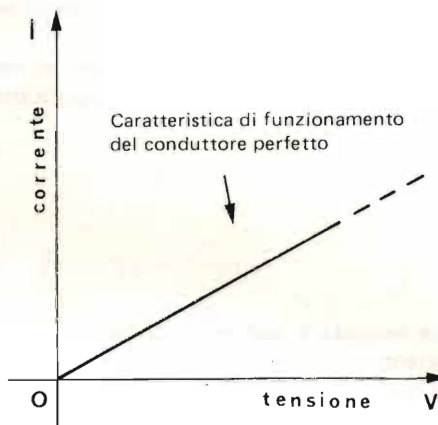
CONDUTTANZA

Questa grandezza non è che il reciproco della resistenza.

Essendo il suo simbolo G essa è definita come $G = \frac{1}{R}$ e quindi ovviamente è anche $R = \frac{1}{G}$

Si può parlare indifferentemente di un resistore che abbia una determinata conduttanza espressa come il reciproco della sua resistenza e di un conduttore che abbia una determinata resistenza espressa come il reciproco della sua conduttanza.

La caratteristica del medesimo resistore perfetto di cui la pagina precedente può essere presentato sottoforma di conduttanza come illustrato in figura.

Essa è lineare secondo il parametro G (conduttanza in Siemens) che determina l'inclinazione della retta caratteristica conformemente alle scale che si sono scelte per le coordinate.

Va notato che questo tipo di scelta di coordinate per rappresentare il funzionamento resistivo di un elemento del circuito è molto più usato del precedente, mentre l'espressione dei valori in termini di conduttanza è molto meno comune dell'espressione reciproca (resistenza) descritta alla pagina precedente.

Nei calcoli invece si preferisce tener conto dei valori espressi come conduttanza quando si hanno *elementi in parallelo* la cui conduttanza totale è uguale alla somma delle conduttanze parziali

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots\dots + G_n$$

Fonti di informazione

Paragrafo 13.2

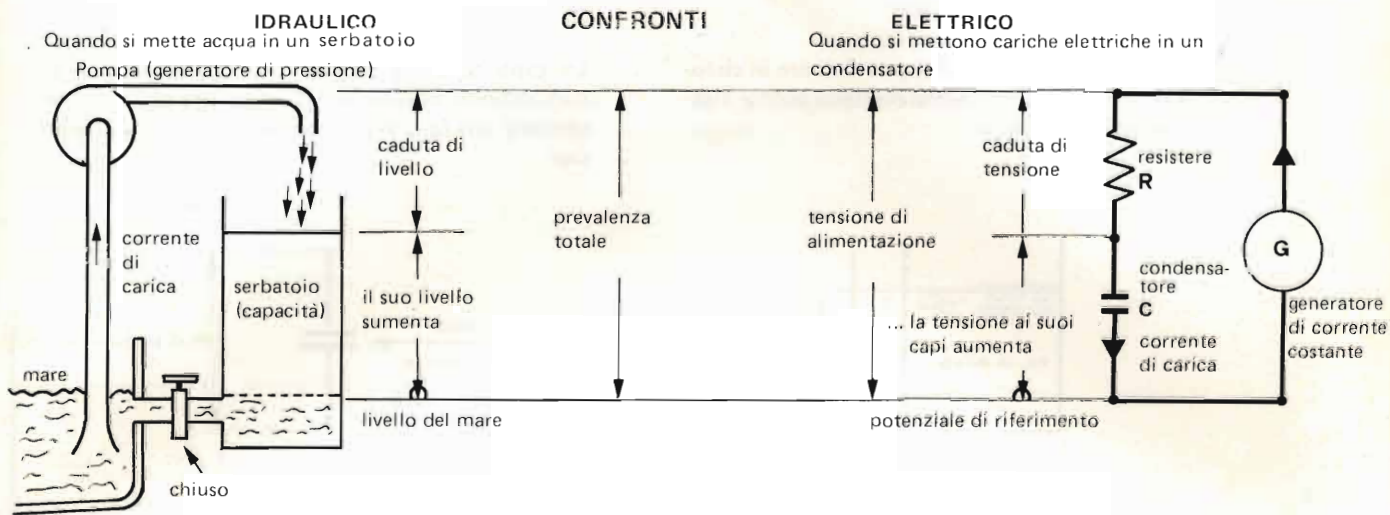
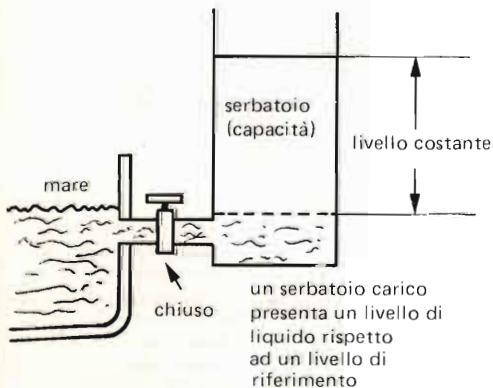
CAPACITA'

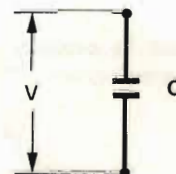
Indice degli argomenti e delle pagine

Fonti di informazione

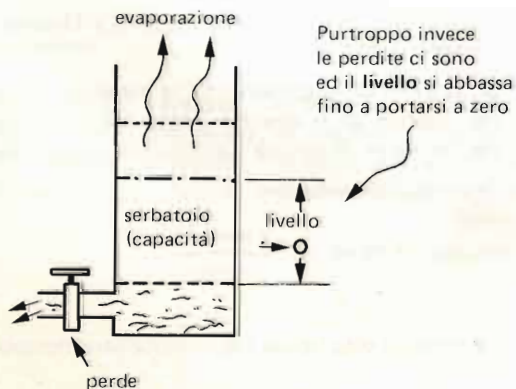
DEFINIZIONE DI CAPACITA'

Capacità elettrica è quella proprietà che hanno tutti i corpi, ed in particolare i condensatori (v. sez. 2) di immagazzinare quantità di elettricità sottoforma statica.

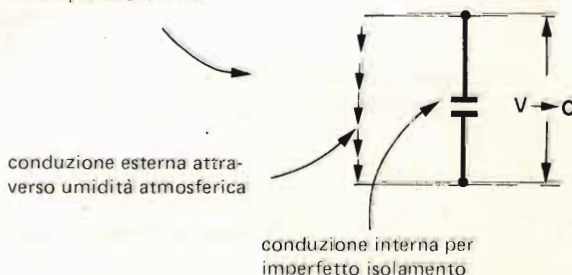
Il livello dell'energia accumulata si presenta ai capi delle capacità sottoforma di tensione.

Se non ci fossero perdite il livello potrebbe essere mantenuto indefinitivamente anche quando la pompa è allontanata.

Se non ci fossero perdite, la tensione ai capi potrebbe mantenersi indefinitivamente, anche quando il condensatore è staccato dal circuito ed è mantenuta aperta.

un serbatoio carico presenta un livello di liquido rispetto ad un livello di riferimento

un condensatore carico presenta una tensione fra i suoi terminali

(un terminale presenta un potenziale rispetto all'altro)

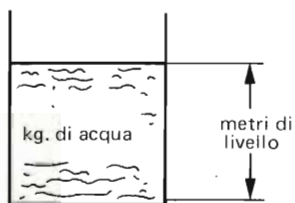
Purtroppo invece le perdite ci sono ed il **livello** si abbassa fino a portarsi a zero

Purtroppo invece le perdite ci sono e la **tesnsione** si abbassa fino a portarsi a zero

conduzione esterna attraverso umidità atmosferica

conduzione interna per imperfetto isolamento

UNITA' DI MISURA DELLA CAPACITA': FARAD

CONFRONTI

IDRAULICO

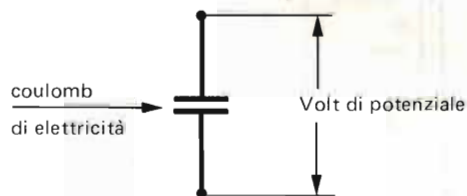
La capacità di un serbatoio si può definire in **chilogrammi di acqua** che bisogna metterci per far alzare di **un metro** il livello

il rapporto

chilogrammi di acqua
diviso
metri di livello

definisce la capacità del serbatoio e scriveremo concisamente:

L'unità di misura di questa capacità non ha un nome particolare: si dirà che un serbatoio ha una capacità di tot. kg al metro di livello.

ELETTRICO

La capacità di un circuito o di un dispositivo si può definire in **coulomb di elettricità** che bisogna metterci per far alzare di **un volt** la tensione ai suoi capi.

il rapporto

coulomb di elettricità
diviso
volt di tensione

definisce la capacità del dispositivo e scriveremo concisamente:

capacità del dispositivo → $C = \frac{Q}{V}$ ← quantità di elettricità in coulomb; livello del potenziale in volt

L'unità di misura di questa capacità si chiama **FARAD** (simbolo F).

Si dirà che un dispositivo ha la capacità di tot farad quando gli si devono introdurre tot coulomb per far alzare di un volt il potenziale ai suoi capi.

In particolare si ha che

$$\textbf{1 farad} = \frac{\textbf{1 coulomb}}{\textbf{1 volt}}$$

CARICA A CORRENTE COSTANTE DEL CONDENSATORE

Per esaminare il fenomeno nella sua completezza, è meglio cominciare a considerare questo caso particolare, facendo i soliti confronti con l'idraulica.

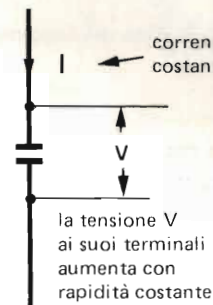
FENOMENO IDRAULICO

Se un rubinetto eroga costantemente la medesima quantità di acqua dentro ad un serbatoio perfettamente cilindrico (v. 13.21-1)

La velocità di salita del livello dipende dall'erogazione del rubinetto e dalla capacità del serbatoio

La capacità si trova al denominatore, perciò più essa è grande, minore è la velocità di salita del livello

FENOMENO ELETTRICO

Se un condensatore viene caricato a corrente costante

La rapidità di variazione della tensione dipende dal valore della corrente e dalla capacità del condensatore

Questa grandezza si chiama FARAD (v. 13.21-1)

Conclusione

Se *la corrente* ... aumenta, *la tensione* ... aumenta più rapidamente
Se *la corrente* ... diminuisce, *la tensione* ... aumenta meno rapidamente
Se *la corrente* ... si annulla, *la tensione* ... si arresta all'ultimo valore
Se *la corrente* ... si inverte, *la tensione* ... diminuisce con una certa rapidità fino a raggiungere lo zero, dopo di che la tensione si inverte perchè il condensatore si carica di segno opposto.

Evidentemente succede per la corrente la stessa cosa se è la tensione la variabile indipendente.

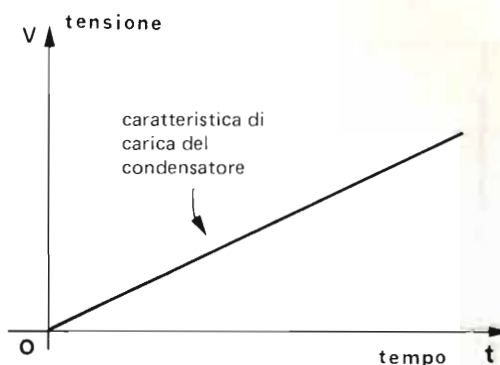
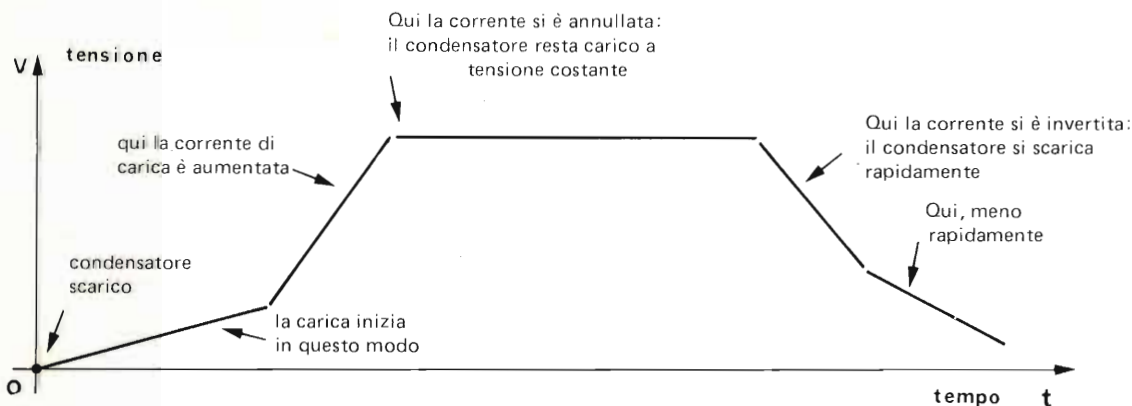
STUDIO DELLA CARICA A CORRENTE COSTANTE DEL CONDENSATORE

Abbiamo visto che la legge con la quale si determina la rapidità di variazione della tensione ai capi del condensatore è la seguente:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{I}{C}$$

E' evidente che se la corrente I è costante, la rapidità di salita $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ della tensione è pure costante, ciò significa che la tensione sale regolarmente al passare del tempo.

La rappresentazione grafica del fenomeno è quella segnata a lato.

L'inclinazione della caratteristica dipende dal valore della corrente di carica.

Qualora il valore della corrente di carica subisse delle variazioni, la caratteristica si presenterebbe come segue: (le descrizioni si riferiscono ai vari tratti del diagramma)

Se si volesse conoscere il valore della tensione in funzione del tempo che passa, l'espressione precedente si scrive come segue:

Variazione della corrente di carica (Amp)

Variazione di tensione in volt che si riscontra dopo un intervallo di tempo in cui la corrente si è mantenuta costante ad un determinato valore →

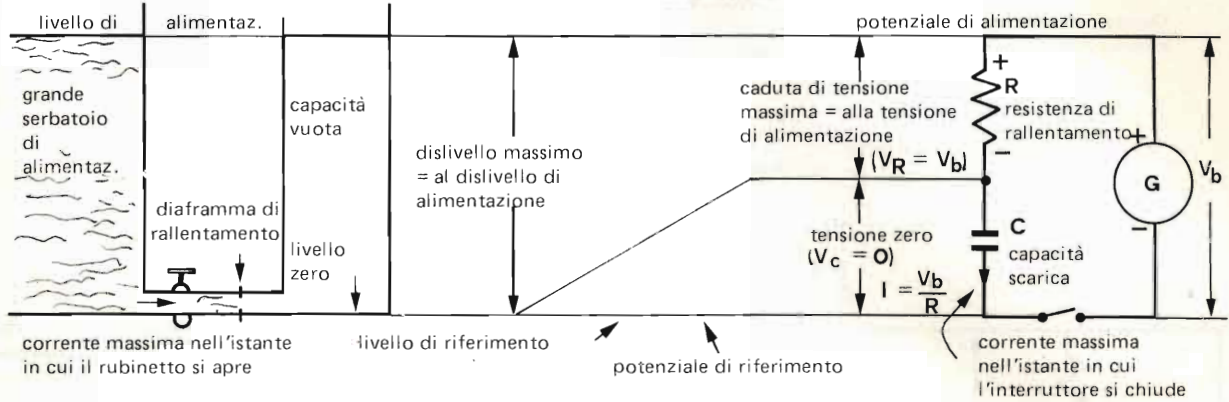
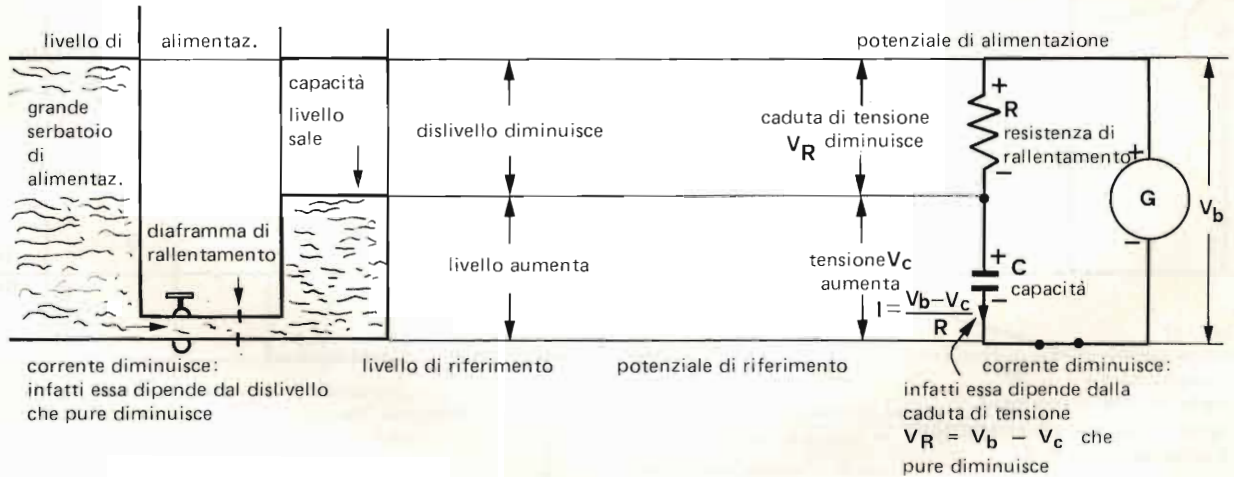
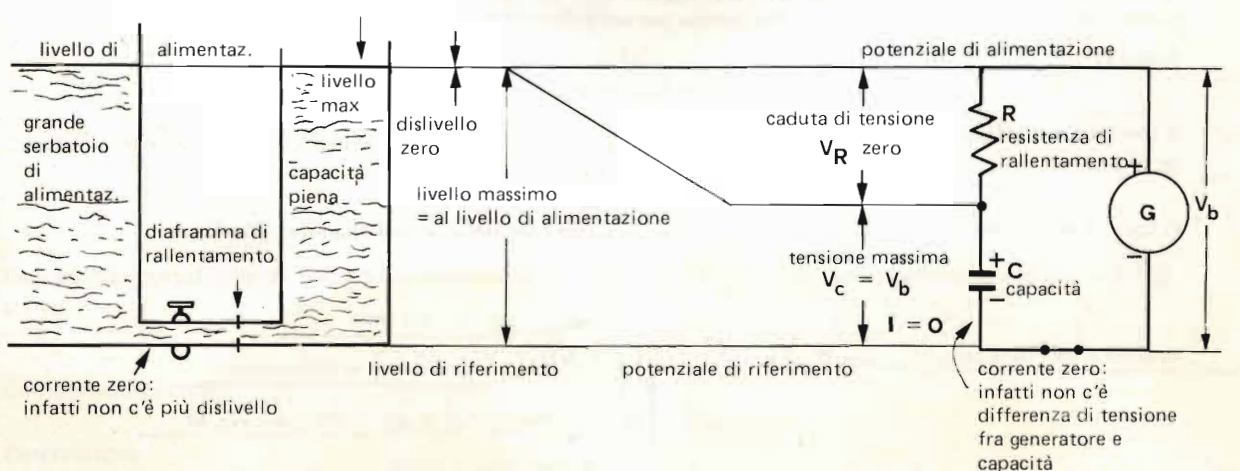
$$\Delta v = \frac{I}{C} \Delta t$$

Intervallo di tempo in secondi in cui la corrente mantiene costante il suo valore

Valore della capacità (Fanad)

SIMILITUDINI NEL FENOMENO DELLA CARICA DI UN CONDENSATORE

Quando si sottopone una capacità scarica ad una sorgente di tensione, la capacità di carica di quantità di elettricità statica. Il livello della quantità che è entrata si mostra come una tensione ai capi della capacità. Esaminiamo il fenomeno con il solito paragone idraulico in tre fasi.

CONDIZIONI INIZIALI (capacità scarica)

CONDIZIONI TRANSITORIE (durante la carica)

CONDIZIONI FINALI (capacità carica)

Aumentando il valore della resistenza il fenomeno è più lento (vedi pag. 5).

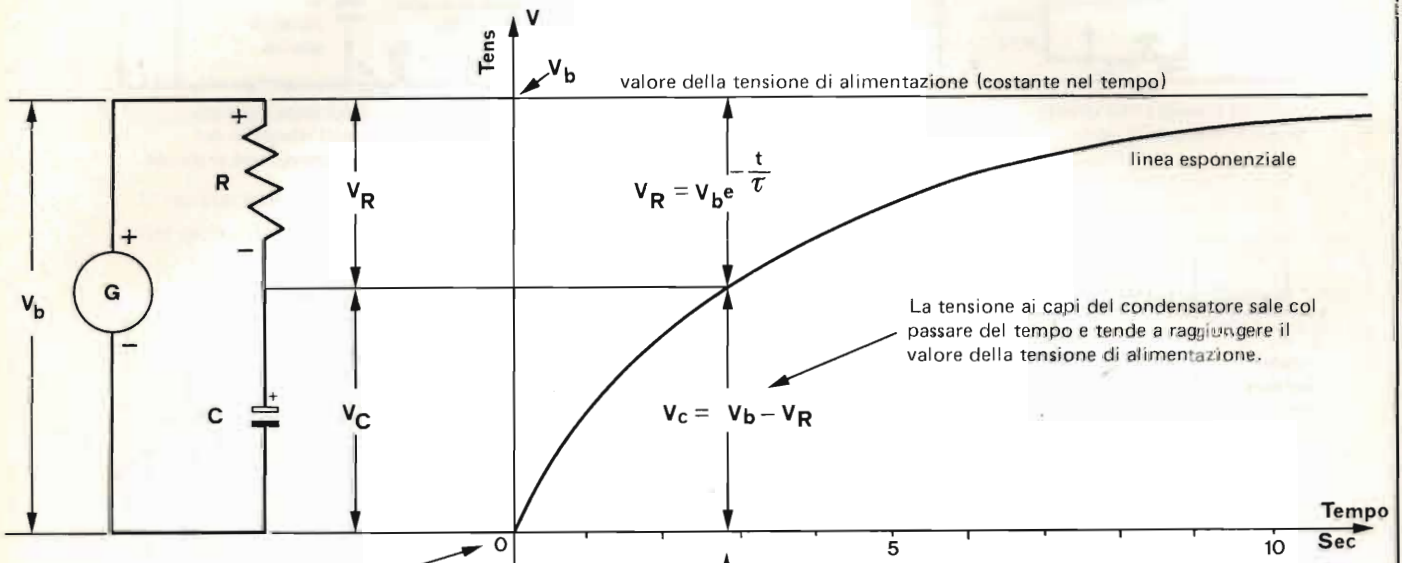
STUDIO DEL FENOMENO DELLA CARICA DI UN CONDENSATORE

Esaminiamo con quale legge nel tempo la tensione sale ai capi della capacità durante la carica.

EQUAZIONE DI FUNZIONAMENTO

Si esamina prima ciò che succede ai capi della resistenza **R**

Tensione ai capi di **R**

Questa caduta di tensione è funzione esponenziale del tempo che passa

istante iniziale
- capacità scarica (tensione zero ai suoi capi)
- tutta la tensione di alimentazione è presente ai capi di **R**

Conosciuta la legge con la quale la tensione V_R varia col passare del tempo, si può determinare quella con la quale la tensione V_c varia col passare del tempo per semplice differenza.

Essendo

$$V_c = V_b - V_R$$

si sostituisce il valoro noto di V_R (v. Figura)

$$V_c = V_b - V_b\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

e, con un po' di algebra elementare, trasformando opportunamente, si arriva alla relazione finale.

TEMPO DI CARICA E COSTANTE DI TEMPO PER UN CIRCUITO RC

Il tempo di carica di un circuito **RC** (resistenza in serie ad una capacità) è teoricamente infinito perchè la tensione sulla capacità non raggiunge mai la tensione di alimentazione.

In pratica però la carica può dirsi raggiunta dopo un tempo pari a 6 volte il fattore **RC**.

Si chiama **costante di tempo** (vedi 13.22) il prodotto

$$\tau = R\,C$$

costante di tempo in secondi → τ; C ← capacità in farad; R ← resistenza in ohm

Dunque, ripetiamo, il prodotto **RC** corrisponde ad un tempo in secondi.

Ora vogliamo dimostrare che in ogni circuito **RC** sottoposto a carica dopo un tempo pari al prodotto **RC** (secondi) dei rispettivi valori, la tensione sulla capacità raggiunge il 63% della tensione di alimentazione.

Prendiamo le caratteristiche di tre circuiti aventi differenti valori del prodotto **RC**.

Vediamo algebricamente perchè.

Nell'espressione algebrica della caratteristica (vedi 13.23)

$$V_c = (1 - e^{\frac{-t}{\tau}})\ V_b$$

il tempo $t = \tau = RC$ fa diventare l'esponente uguale a 1, cioè

$$V_c = (1 - e^{\frac{-t}{\tau}})\ V_b$$

Esprimendo sottoforma di frazione la potenza ad esponente negativo e sostituendo ad **e** il suo valore = 2.718, si ha

$$V_c = (1 - \frac{1}{2.718})\ V_b$$

Completiamo i conti

$$V_c = (1 - 0{,}387)\ V_b$$

$$V_c = 0{,}632\ V_b$$

$$V_c = 63{,}2\%\ V_b$$

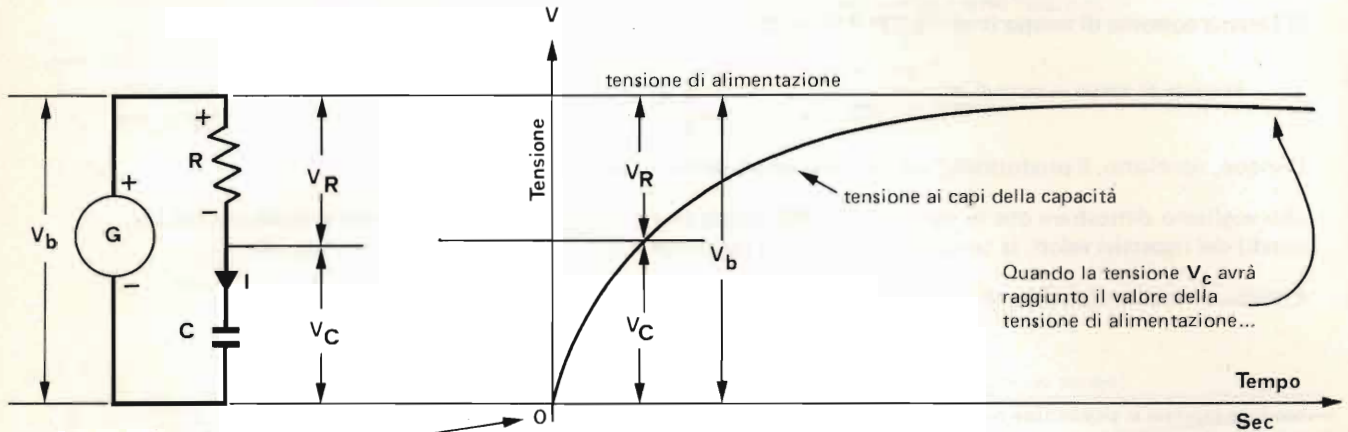
Questo è quanto volevamo dimostrare.

Osservazione
Riducendo **R** e aumentando **C** mantenendo costante τ, aumenta il valore della corrente di carica.

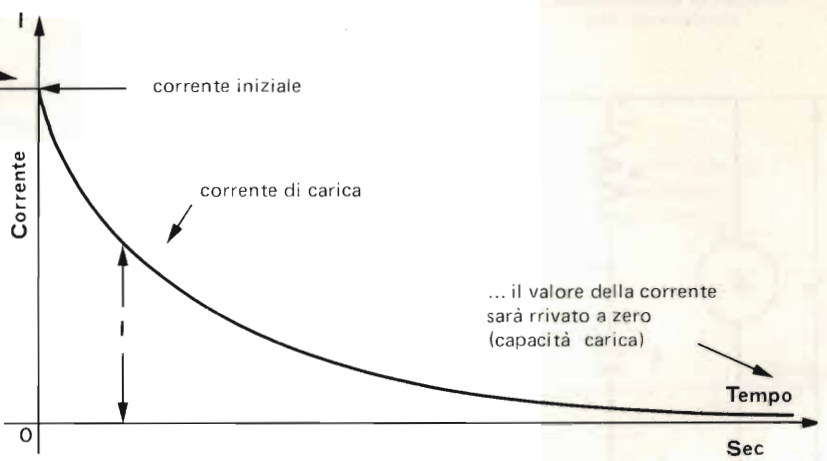
ANDAMENTO DELLA CORRENTE DI CARICA DI UN CONDENSATORE

Durante la carica di una capacità di un circuito **RC** la corrente è massima all'inizio della carica e vale indi diminuisce fino ad annullarsi. → $I_0 = \frac{V_b}{R}$

tensione di alimentazione

tensione ai capi della capacità

Quando la tensione V_c avrà raggiunto il valore della tensione di alimentazione...

istante iniziale: tensione $V_c = 0$; corrente $I = \frac{V_b}{R}$

corrente iniziale

corrente di carica

... il valore della corrente sarà rrivato a zero (capacità carica)

Come si vede, la corrente appare transitoriamente durante la carica, annullandosi a carica avvenuta, mentre la tensione permane ai capi del condensatore carico.

Espressione algebrica

$$I = \frac{V_b}{R} \epsilon^{-\frac{t}{RC}}$$

- I = corrente di carica in ampere
- $\frac{V_b}{R}$ = valore iniziale della corrente in ampere
- V_b = tensione di alimentazione in volt
- ϵ = numero fisso = **2.718**
- t = tempo che passa in secondi
- C = capacità in farad
- R = resistenza in ohm
- **RC** = costante di tempo in sec.

ATTENZIONE

Dopo un tempo **t** = **RC** la corrente è pari al 36,8% del valore iniziale.

Dimostrazione — Infatti, nell'espressione algebrica

$$I = \frac{V_b}{R} \epsilon^{-\frac{t}{RC}}$$

si ponga **t** = **RC** e la frazione all'esponente diventa = 1 mentre l'espressione algebrica diventa → $I = \frac{V_b}{R} \epsilon^{-1}$

Trasformando in frazionario l'esponente negativo e sostituendo ad ϵ il suo valore = 2,718

$$I = \frac{V_b}{R} \frac{1}{2.718}$$

Completando i conti

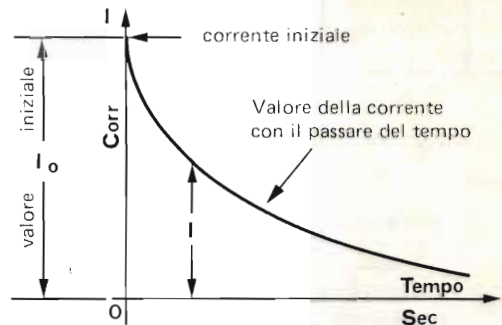
$$I = \frac{V_b}{R} 0,368$$

Questo è quanto volevamo dimostrare → $I = 36,8 \frac{V_b}{R}$

FENOMENO DELLA SCARICA DI UN CONDENSATORE

Il fenomeno della scarica presenta delle analogie con quello della carica salvo che:

- il generatore non è più necessario
- si inverte il senso della corrente e di conseguenza
- si inverte la polarità della resistenza
- tensione e corrente scendono entrambe.

Esaminiamo il fenomeno con il solito paragone idraulico.

Costante di tempo - Valgono gli stessi concetti del fenomeno della carica, ma **ATTENZIONE**:

Dopo un tempo **t** = **RC** la tensione, ed anche la corrente, sono pari al 36,8% del valore iniziale.

Vediamo algebricamente perchè:

Scriviamo l'espressione del valore della tensione in funzione del trascorrere del tempo.

Se si pone **t** = **RC** la frazione in esponente diventa = **1**
e l'espressione algebrica si modifica così:

$$V = V_0 \, e^{-1}$$

Trasformando in frazionario l'esponente negativo e sostituendo ad ϵ il suo valore = **2.718** l'espressione diventa

$$V = V_0 \frac{1}{2.718}$$

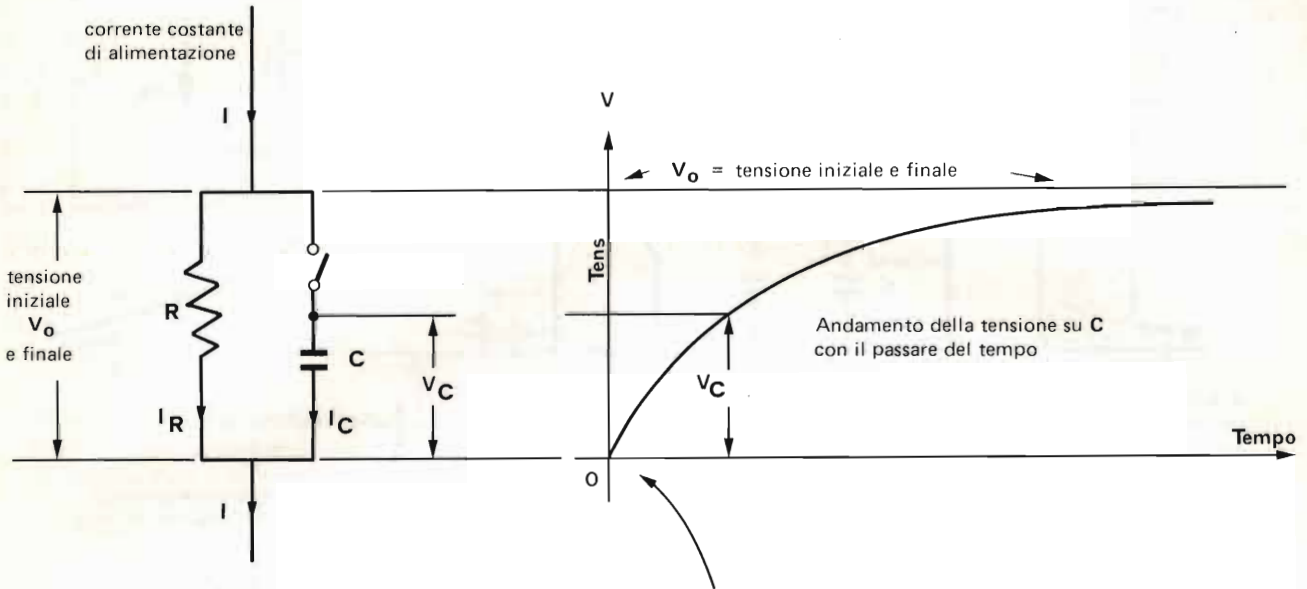
Completando i conti

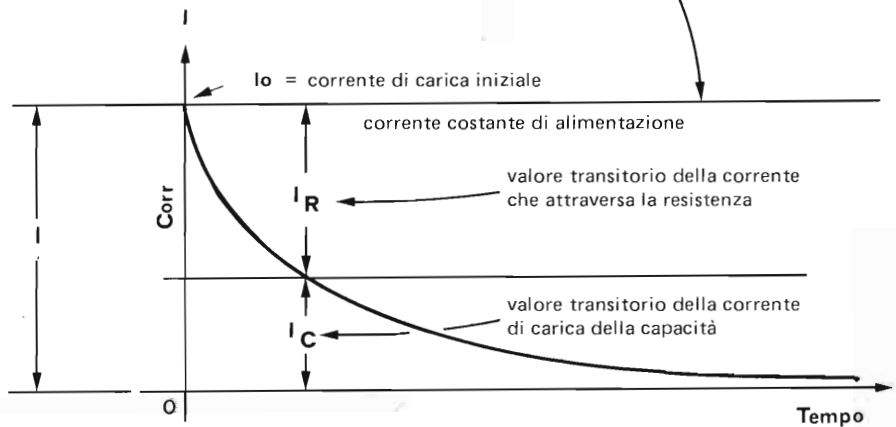
$$V = V_0 \, 0.368$$

$$V = 36.8\% \, V_0$$

Per la corrente analogamente sostituendo **V** con **I**
Ed era ciò che volevamo dimostrare

CARICA DEL CONDENSATORE CON RESISTORE IN PARALLELO

L'alimentazione a corrente costante è meno intuitiva, ma non deve essere meno interessante per comprendere questo fenomeno che è molto importante in elettronica e per inquadrarlo nel principio di reciprocità fra tensione e corrente.

All'istante di chiusura dell'interruttore (inizio della carica):

- la tensione iniziale va a zero perchè la capacità è scarica e perciò **Vc = o**
- la corrente **Ic** che attraversa la capacità è massima ed uguale a **I** (**Ic = I**)
- la corrente **I** che attraversava la resistenza è zero perchè:
  - non c'è tensione ai suoi capi (**Vo = Vc = O**)
  - tutta la corrente **I** se l'è presa **C** (**Ic = I**)

Dopo un certo tempo, teoricamente infinito (fine della carica), si ha:

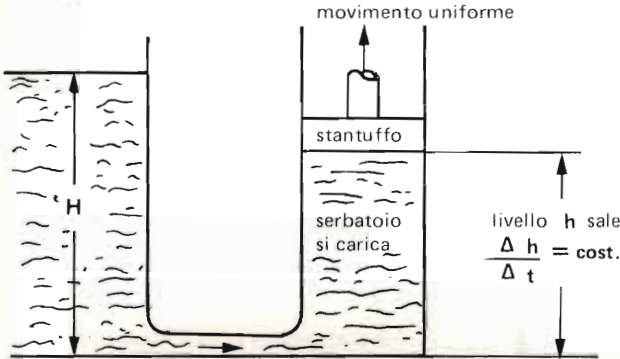
- la capacità è carica sotto tensione **Vo** e perciò
- la corrente di carica è zero (**Ic = o**) e perciò ancora
- la corrente che attraversa **R** ritorna al valore iniziale **I**

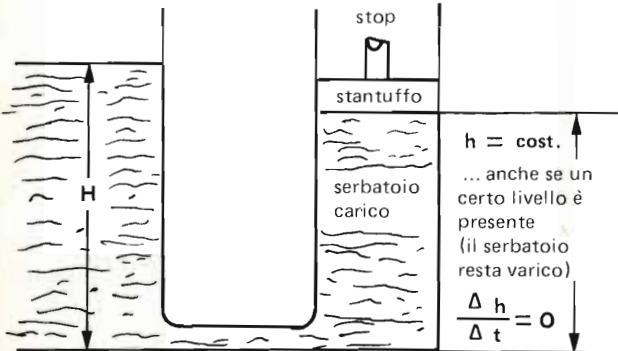
CARICA DEL CONDENSATORE CON TENSIONE VARIABILE

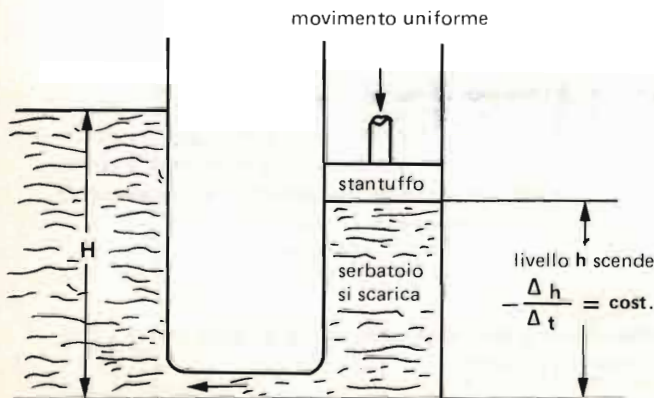
Se abbiamo afferrato il concetto di capacità espresso al paragrafo 13.1, possiamo esaminare ora ciò che succede quando la capacità viene caricata con tensione che, invece di apparire tutta all'improvviso ai capi del circuito, viene inviata gradualmente secondo una determinata legge.

Per semplificare il concetto immagineremo qui che la legge con la quale faremo variare nel tempo la tensione sia lineare. Cioè sia $V = k\,t$

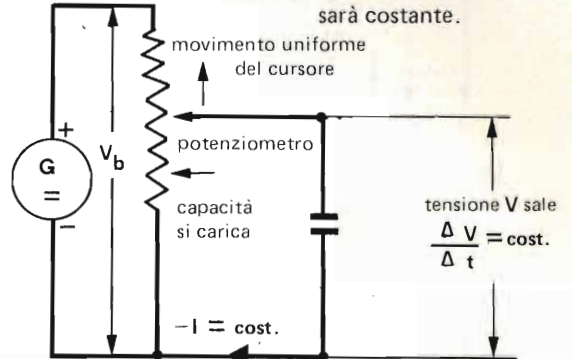
Fenomeno idraulico

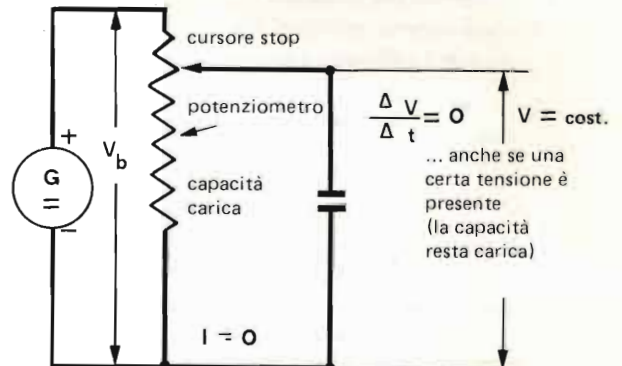
Se in un serbatoio si fa crescere il livello uniformemente col tempo, la corrente di carica sarà costante.

Flusso costante di carica

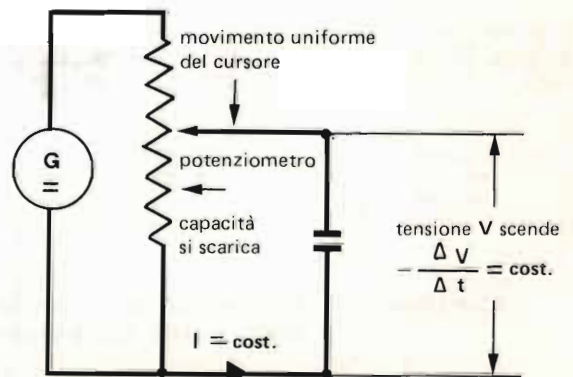
Se si arresta il movimento di salita del livello...

...il flusso di carica si arresta.

Se infine si fa abbassare il livello...

...il flusso di corrente si inverte (flusso di scarica)

Fenomeno elettrico

Se ai capi di una capacità si fa crescere la tensione uniformemente con il tempo, la corrente di carica sarà costante.

Corrente costante di carica

Se si arresta la salita della tensione...

... la corrente di carica si arresta.

Se infine si fa diminuire la tensione...

... la corrente si inverte (corrente di scarica)

L'UNITA' DI MISURA SOTTO L'ASPETTO DINAMICO

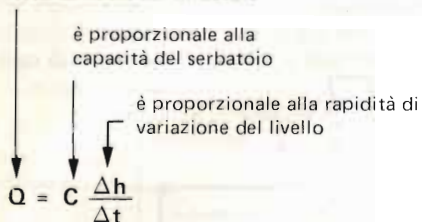
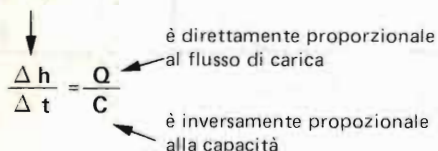
Dai fenomeni comparati esaminati nella pagina precedente è evidente che:

Situazione idraulica

Il flusso di carica del serbatoio

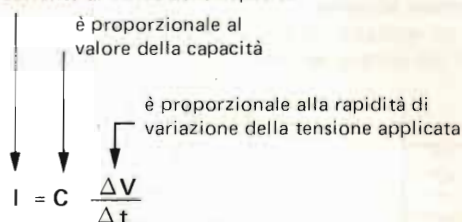
è proporzionale alla capacità del serbatoio

è proporzionale alla rapidità di variazione del livello

$$Q = C \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

Da questa relazione si può dedurre il fenomeno inverso: alimentando il serbatoio con un flusso costante di liquido.

Inoltre dalla stessa relazione si può anche ricavare la capacità del serbatoio

Questa capacità non ha un nome particolare.

Si dirà che un serbatoio ha una capacità di tot kg al metro di livello
quando, caricandolo con un flusso di tot kg al secondo,
il livello del liquido contenuto aumenta di 1 metro al secondo.

Situazione elettrica

Da questa relazione si può dedurre il fenomeno inverso: alimentando il condensatore con un flusso costante di carica elettrica.

Inoltre dalla stessa relazione si può anche ricavare il valore della capacità

$$C = \frac{I}{\frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

corrente di carica (A)
rapidità di salita della tensione (V/sec)
capacità (F)

Questa capacità ha un nome: **FARAD**

Si dirà che un dispositivo ha un capacità di tot farad (coulomb al volt di potenziale)
quando caricandolo con una corrente di tot ampere (coulomb al secondo)
il potenziale ai suoi capi aumenta di 1 volt al secondo.

In particolare si ha che:

$$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ ampere}}{1 \frac{\text{volt}}{\text{secondo}}}$$

in altre parole ancora:

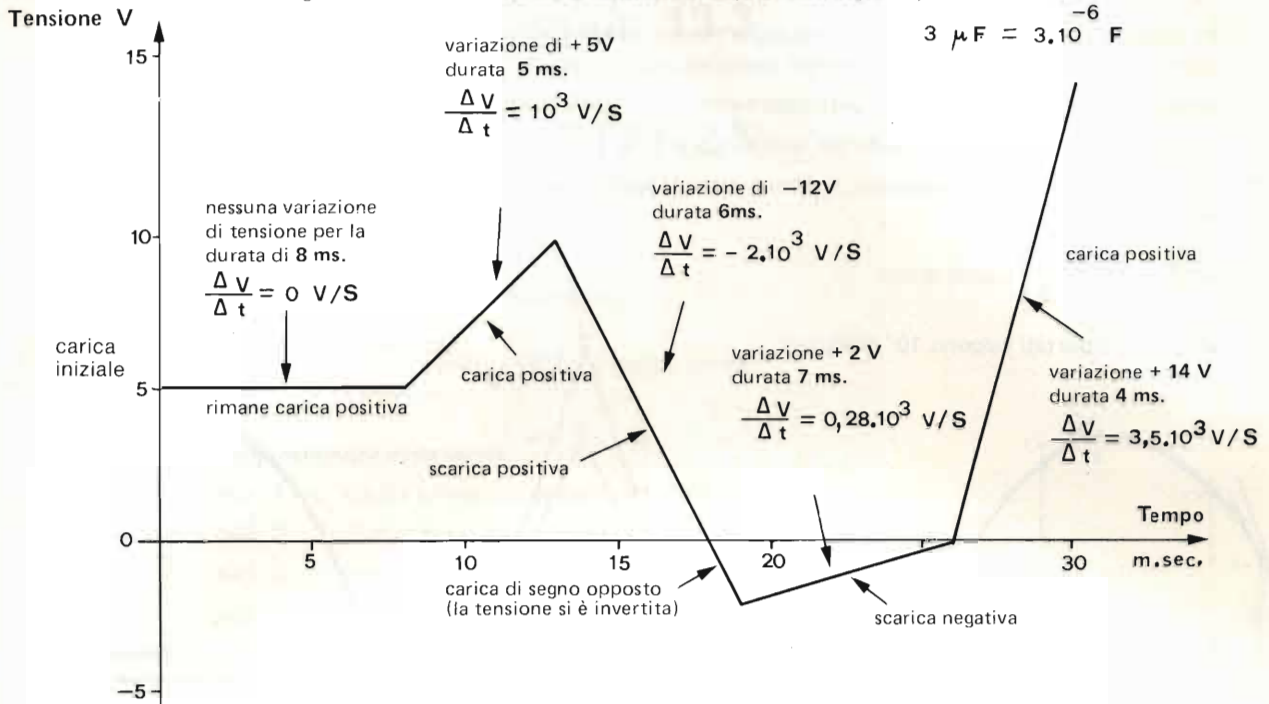
la capacità di 1 farad fa assorbire ai capi del circuito una corrente continua e costante di 1 ampere, se applico ai suoi capi una tensione uniformemente variabile in ragione di 1 volt/sec.

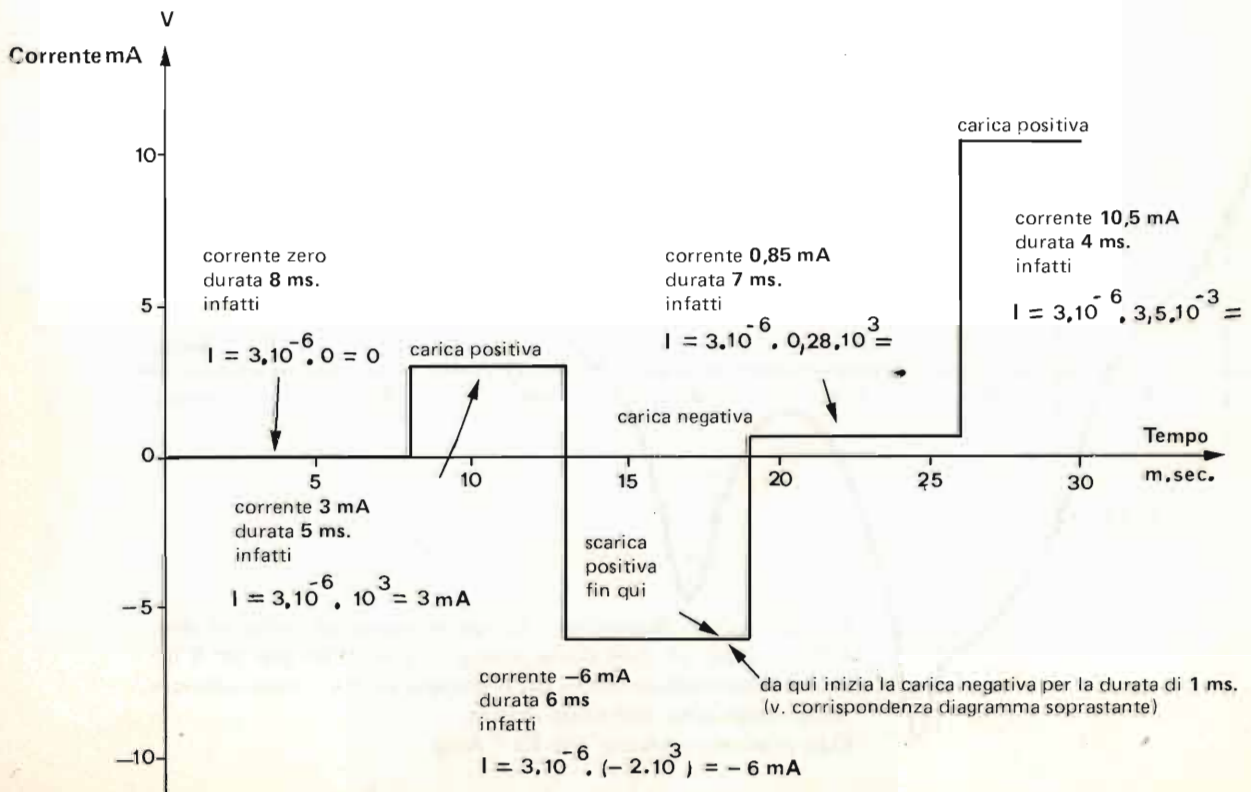
Attenzione: Le grandezze fisiche non sono omogenee con quelle elettriche: esse sono state messe a confronto solo per la loro sorprendente analogia intuitiva.

Suggerimento; Si confronti l'affascinante ed inevitabile identità con quanto descritto a pag. 13.10-2

ESEMPIO DI CONDENSATORE SOTTOPOSTO A VARIAZIONI LINEARI DI TENSIONE

Dato il diagramma di variazione della tensione ai capi di una capacità di

$$3\ \mu F = 3.10^{-6}\ F$$

U Un diagramma identico al presente, ma traslato diversamente rispetto alle ordinate, avrebbe dato gli stessi risultati essendo la corrente di carica sensibile alle sole variazioni di tensione e non al suo valore istantaneo.

Tracciamo qui sotto il diagramma contemporaneo dell'andamento della corrente di carica e scarica.

ESEMPIO DI CONDENSATORE SOTTOPOSTO A VARIAZIONI QUALSIASI DI TENSIONE

Dato il seguente diagramma della tensione applicata ai capi di una capacità da $5\mu F = \mathbf{5.10^{-6}}$ **F.**

In questo caso gli intervalli di tempo in cui si verifica un determinato valore di $\Delta V/\Delta t$ sono infinitesimi (istantanei), dato che anche le stesse variazioni cambiano ad ogni istante.

Intervalli di tempo finiti possono però essere determinati sulle tangenti dei punti più significativi.

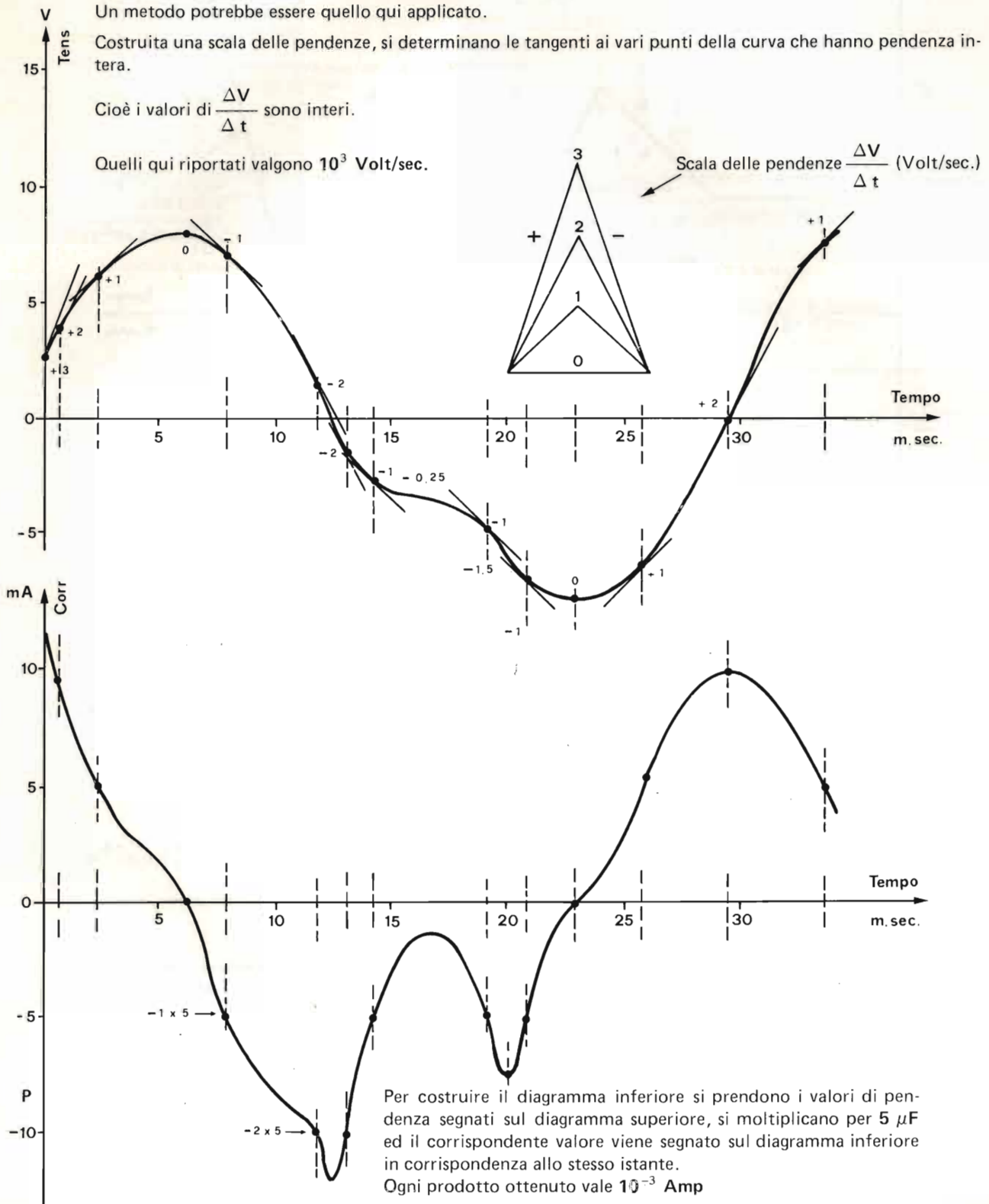
Un metodo potrebbe essere quello qui applicato.

Costruita una scala delle pendenze, si determinano le tangenti ai vari punti della curva che hanno pendenza intera.

Cioè i valori di $\frac{\Delta V}{\Delta t}$ sono interi.

Quelli qui riportati valgono $\mathbf{10^3}$ **Volt/sec.**

Scala delle pendenze $\frac{\Delta V}{\Delta t}$ (Volt/sec.)

Per costruire il diagramma inferiore si prendono i valori di pendenza segnati sul diagramma superiore, si moltiplicano per **5** μ**F** ed il corrispondente valore viene segnato sul diagramma inferiore in corrispondenza allo stesso istante.
Ogni prodotto ottenuto vale $\mathbf{10^{-3}}$ **Amp**

Paragrafo 13.3

INDUTTANZA

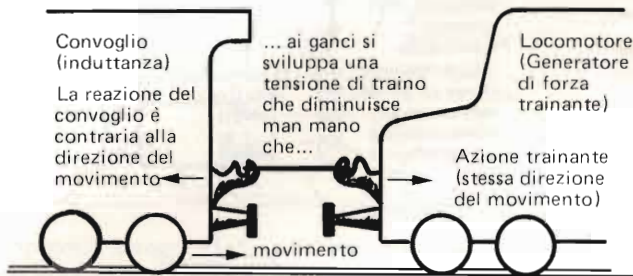
DEFINIZIONE DI INDUTTANZA

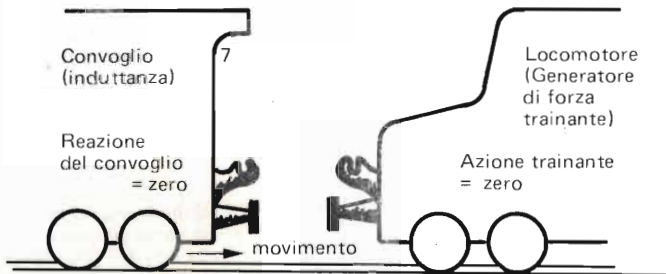
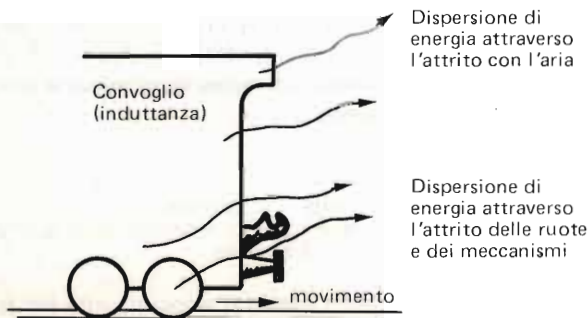
Induttanza elettrica è quella proprietà che hanno tutti i corpo ed in particolare gli induttori (v. sez. 2) di immagazzinare delle qualtità di elettricità in movimento.

Questa energia accumulata è presente sotto forma di corrente elettrica che attraversa l'induttanza e non può essere annullata senza essere dispersa sotto forma di calore (dissipazione) o accumulata sotto altra forma.

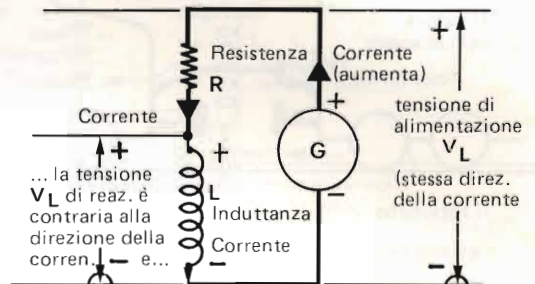
CONFRONTI

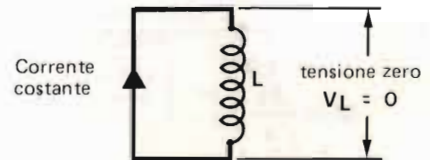
Ferroviario

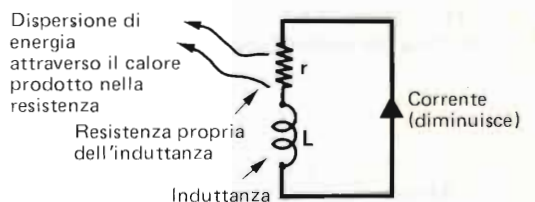
Quando si traina un convoglio ferroviario...

*...il convoglio aumenta di velocità e quindi an*che di energia cinetica.

Raggiunta la velocità voluta,

se non ci fossero attriti, la velocità potrebbe essere mantenuta indefinitamente.
anche quando il locomote è staccato.

Purtroppo invece gli attriti ci sono e il convoglio rallenta fino a fermarsi.

Elettrico

Quando si mettono in moto delle cariche elettriche in una induttanza...

*...diminuisce man mano che le cariche aumenta*no di velocità e quindi anche di energia cinetica.

Raggiunta la corrente voluta,

se l'induttanza fosse priva di resistenza propria, la corrente protrebbe essere mantenuta indefinitamente, mettendo in corto circuito l'induttore prima di staccarlo dal generatore.

L'esistenza di questo fenomeno che sembra paparadossale, è messo in evidenza dalla scintilla che si forma nell'interruttore, quando si apre un circuito induttivo, non potendosi arrestare di colpo l'energia cinetica esistente nel circuito stesso.

Purtroppo invece le resistenze proprie ci sono e la corrente diminuisce fino ad annullarsi.

UNITA' DI MISURA DELL'INDUTTANZA: HENRY

CONFRONTI

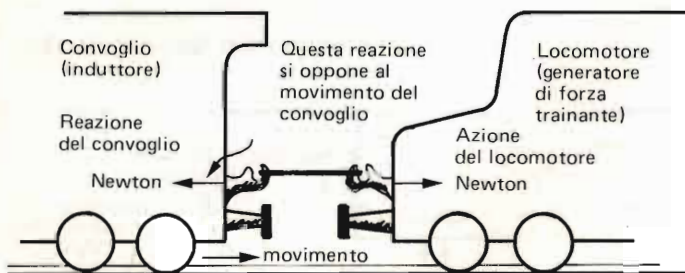
Ferroviario

L'inerzia di un convoglio (cioè l'attitudine a immagazzinare energia cinetica) si può definire in questo modo:

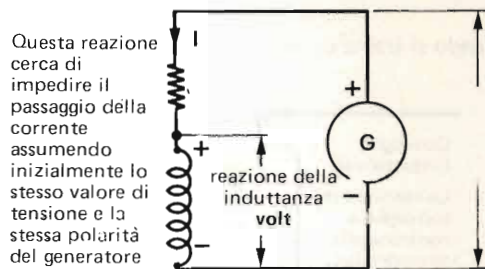
per quanto tempo si deve applicare una certa tensione di traino (newton-secondi) per far raggiungere al convoglio la velocità di un metro al secondo.

Elettrico

L'induttanza di un dispositivo (cioè l'attitudine ad immagazzinare energia elettrocinetica) si può definire in questo modo:

per quanto tempo si deve applicare una certa tensione elettrica (volt-secondi) per far raggiungere al dispositivo la corrente di un ampere (= coulomb al secondo).

Il rapporto

newton-secondi
—— diviso ——
metri / secondo

definisce l'inerzia del convoglio e scriveremo concisamente

Il rapporto

volt-secondi
—— diviso ——
ampere

definisce l'induttanza del circuito e scriveremo concisamente

$$M = \frac{Ft}{v} \qquad L = \frac{Vt}{I}$$

Questa inerzia in fisica si chiama **massa**

Si dice che un convolgio ha

una massa di **tot kgM** quando gli si devono applicare **tot newton** di forza di traino per la durata di **un secondo** per fargli raggiungere la velocità di **un metro / sec.**

L'unità di misura di questa induttanza si chiama **Henry.**

Si dice che un circuito ha

una induttanza di **tot Henry** quando gli si devono applicare **tot volt** di tensione per la durata di **un secondo** per fargli raggiungere la corrente di **un ampere.**

In particolare si ha che

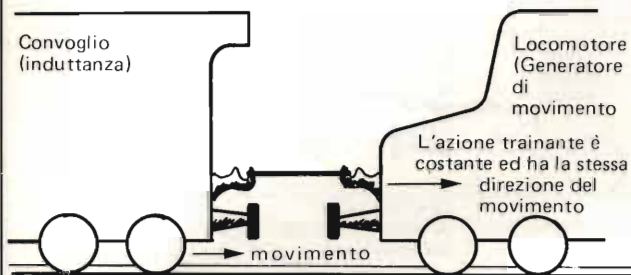
$$\textbf{1 henry} = \frac{\textbf{1 volt} \quad \textbf{1 secondo}}{\textbf{1 ampère}}$$

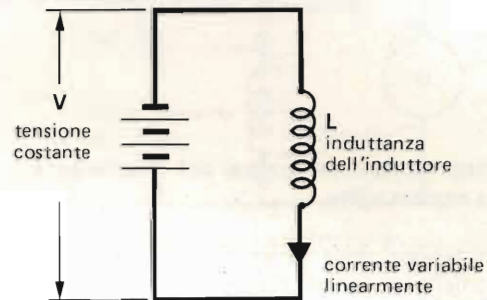
Attenzione:

Le grandezze fisiche non sono omogenne con quelle elettriche: esse sono state messe in paragone solo per la sorprendente analogia intuitiva.

CARICA A TENSIONE COSTANTE DELL'INDUTTORE

Per esaminare il fenomeno nella sua completezza è meglio cominciare a considerare questo caso particolare facendo i soliti confronti ferroviari.

Se un locomotore traina un convoglio esercitando al gancio uno sforzo costante

...il convoglio aumenterà di velocità in modo da mantenere costante l'accelerazione.

Se un induttore viene caricato a tensione costante...

...la corrente che l'attraversa varierà con una rapidità secondo la seguente espressione

Sarà cioè:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{E}{M}$$

- E: Sforzo al gancio in newton
- M: massa del convoglio in kg.
- $\frac{\Delta V}{\Delta t}$: accelerazione del convoglio (rapidità di variazione della sua velocità in **m/sec/sec.**

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V}{L}$$

- V: tensione applicata in volt
- L: induttanza in henry
- $\frac{\Delta I}{\Delta t}$: rapidità di variazione della corrente in **A/sec.**

Conclusione

Se la tensione **aumenta**	la corrente aumenta più rapidamente
Se la tensione **diminuisce**	la corrente aumenta meno rapidamente
Se la tensione **si annulla**	la corrente si mantiene all'ultimo valore
Se la tensione **si inverte**	la corrente diminuisce con una certa rapidità fino ad annullarsi dopo di che la corrente si inverte e continua ad aumentare negativamente (cioè continua a diminuire).

Il fenomeno è meno intuitivo di quello relativo alla capacità, ma vale la pena di confrontare l'analogia (13.22-1).

STUDIO DELLA CARICA A TENSIONE COSTANTE DELL'INDUTTORE

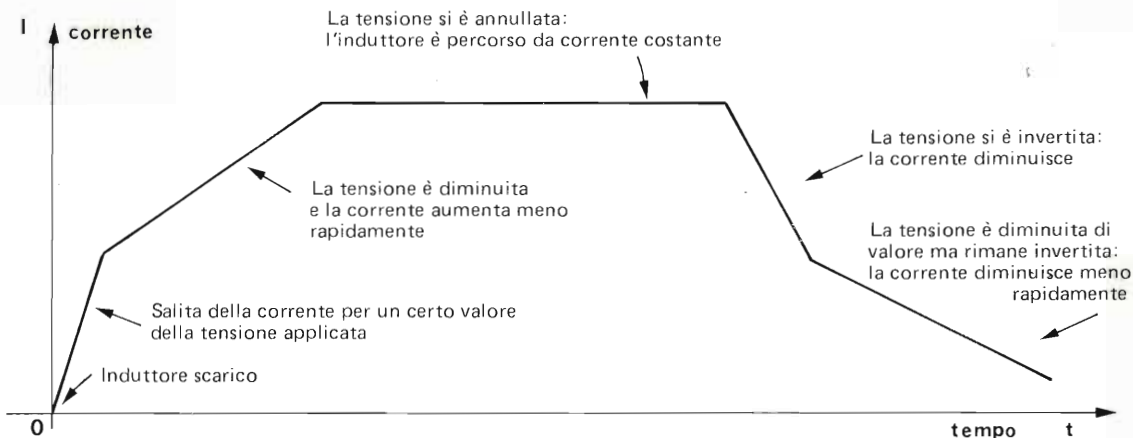
Abbiamo visto che la legge con la quale si determina la rapidità di variazione della corrente che attraversa l'induttore è la seguente:

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V}{L}$$

E' evidente che se la tensione **V** è costante, la rapidità di crescita della corrente è pure costante, ciò significa che la corrente cresce regolarmente al passare del tempo.

La rappresentazione grafica del fenomeno è quella segnata a lato.

L'inclinazione della caratteristica dipende dal valore della tensione di carica.

Qualora il valore della tensione applicata subisca delle variazioni, la caratteristica si presenterebbe come segue:

Se si volesse conoscere il valore della corrente in funzione del tempo che passa, l'espressione precedente si scrive come segue:

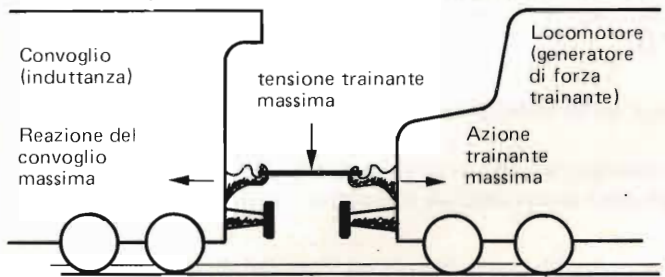
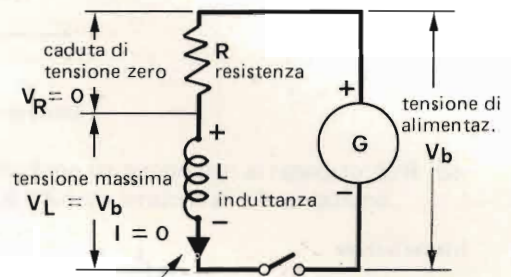
Constatare l'analogia con il comportamento della capacità (13.22-2).

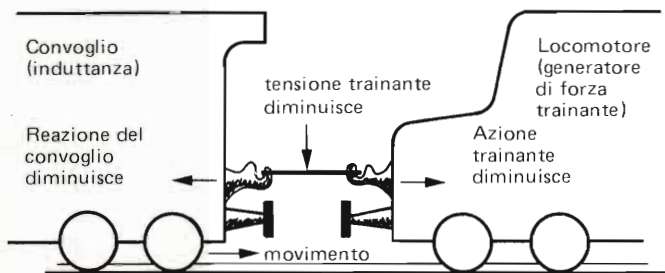
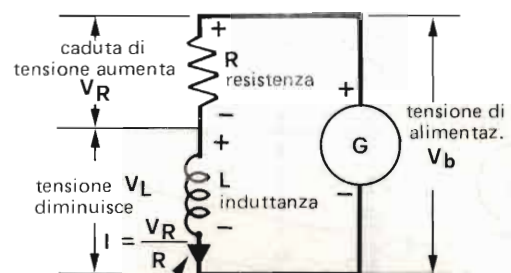
SIMILITUDINI NEL FENOMENO DELLA CARICA DI UN INDUTTORE

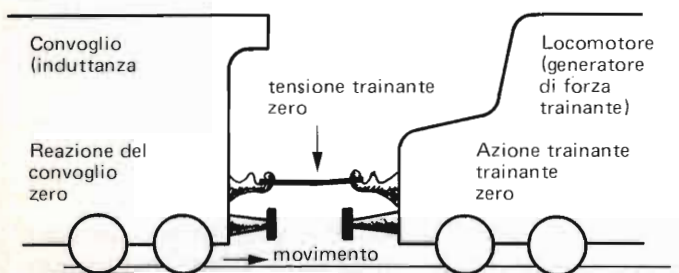
Quando si sottopone una induttanza scarica ad una sorgente di tensione, l'induttanza si carica di quantità di elettricità in movimento.

Il livello della quantità in movimento si rivela come una corrente che attraversa l'induttanza.

Esaminiamo il fenomeno con il solito paragone ferroviario in tre fasi.

CONDIZIONI INIZIALI (induttanza scarica)

velocità zero nell'istante in cui il locomotore si mette in moto:
la reazione del convoglio contrasta l'azione trainante del locomotore.

corrente zero nell'istante in cui l'interruttore si chiude (il generatore entra in azione)
la reazione dell'induttore si manifesta con una tensione uguale e contraria al generatore.

CONDIZIONI TRANSITORIE (durante la carica)

velocità aumenta perchè col movimento diminuisce la reazione del convoglio

corrente aumenta nella misura in cui diminuisce la tensione contrastante V_L.

CONDIZIONI FINALI (induttanza carica)

velocità massima

Essendo zero la tensione di reazione, questo convoglio può continuare il suo moto anche staccando il locomotore.

Sempre in assenza di attriti.

corrente massima

Essendo zero la tensione dell'induttore, esso può essere messo **in corto circuito** e la corrente continuerà a circolare anche staccando il generatore.

Sempre in assenza di resistenze passive interne.

Aumentando il valore della resistenza **R** il fenomeno è più lento (vedi pagg. seguenti).

STUDIO DEL FENOMENO DELLA CARICA DI UN INDUTTORE

Esaminiamo la legge con la quale latensione ai capi dell'induttanza scende con il tempo durante la carica.

Istante iniziale

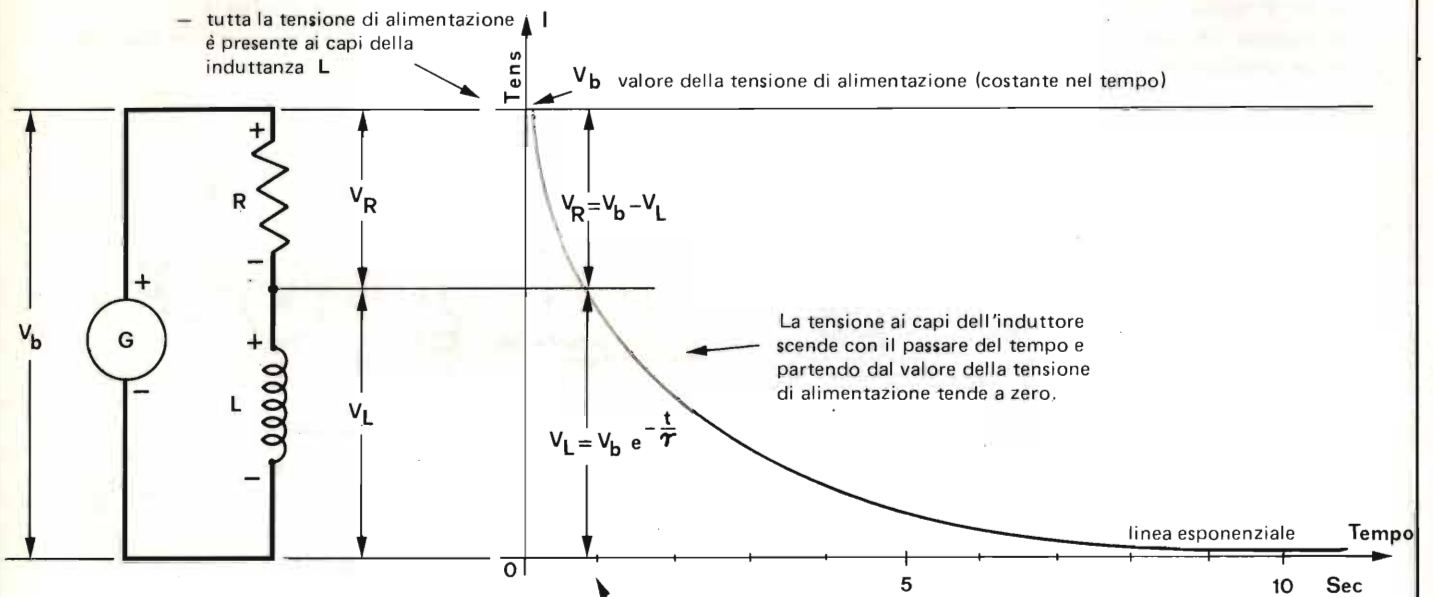
- Induttanza scarica (nessuna corrente la attraversa)
- tutta la tensione di alimentazione è presente ai capi della induttanza **L**

V_b valore della tensione di alimentazione (costante nel tempo)

Tens I

G R L V_b V_R V_L

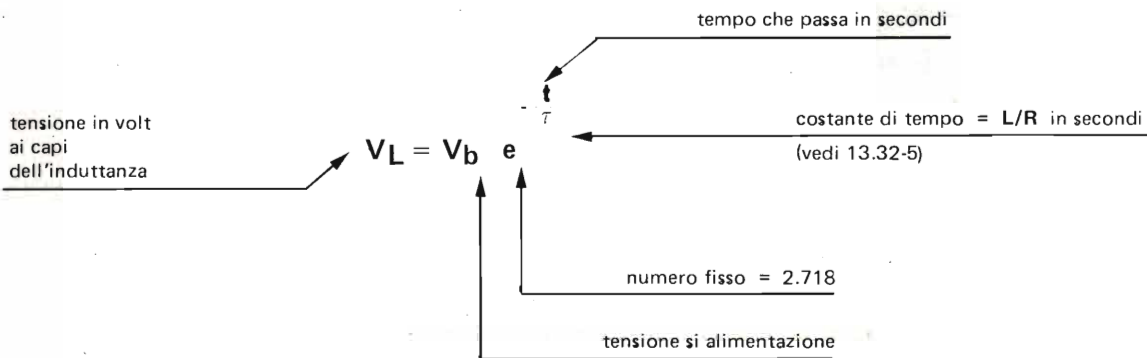
$V_R = V_b - V_L$

$V_L = V_b\, e^{-\frac{t}{\tau}}$

La tensione ai capi dell'induttore scende con il passare del tempo e partendo dal valore della tensione di alimentazione tende a zero.

linea esponenziale

Tempo

0 5 10 Sec

Questa è la situazione in un istante qualsiasi

TEMPO DI CARICA E COSTANTE DI TEMPO PER UN CIRCUITO RL

Il tempo di carica di un circuito **RL** (resistenza in serie ad una induttanza) è teoricamente infinito perchè la tensione sull'induttanza non riesce ad andare a zero.

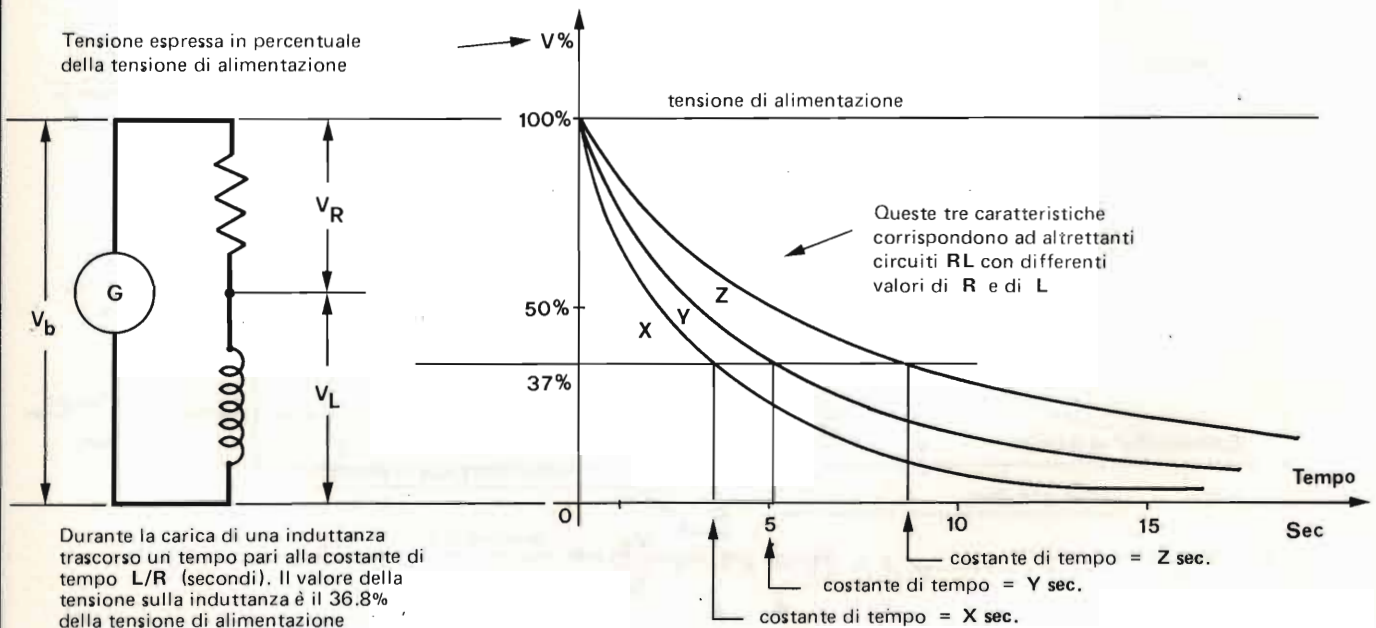
In pratica però, la carica può dirsi raggiunta dopo un tempo pari a 6 volte il rapporto $\frac{L}{R}$

Si chiama **costante di tempo** (vedi 13.32-4) il rapporto

costante di tempo in secondi → $\tau = \frac{L}{R}$

Dunque, ripetiamo, il rapporto $\frac{L}{R}$ corrisponde ad un tempo in secondi.

Ora vogliamo dimostrare che ogni circuito **RL** sottoposto a carica dopo un tempo pari al rapporto **L/R** (secondi) dei rispettivi valori, la tensione sull'induttanza raggiunge il 36.8% della tensione di alimentazione.

Prendiamo le caratteristiche di tre circuiti aventi differenti valori del rapporto $\frac{L}{R}$

Durante la carica di una induttanza trascorso un tempo pari alla costante di tempo **L/R** (secondi). Il valore della tensione sulla induttanza è il 36.8% della tensione di alimentazione

Vediamo algebricamente perchè.

Nell'espressione algebrica della caratteristica (vedi 13.23) $V_L = V_b \, e^{-\frac{t}{\tau}}$

Il tempo $t = \tau = \frac{L}{R}$ fa diventare l'esponente = 1, cioè: $V_L = V_b \, e^{-1}$

Esprimendo sotto forma di frazione la potenza ad esponente negativo e sostituendo ad **e** il suo valore = **2.718**, si ha $V_L = V_b \, \frac{1}{2.718}$

Completando i conti $V_L = V_b \; 0.368$

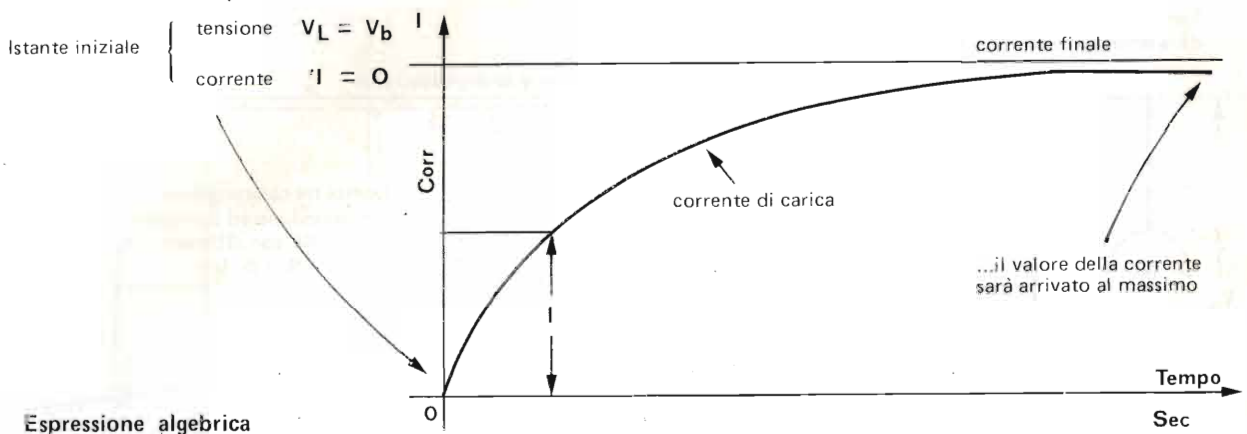
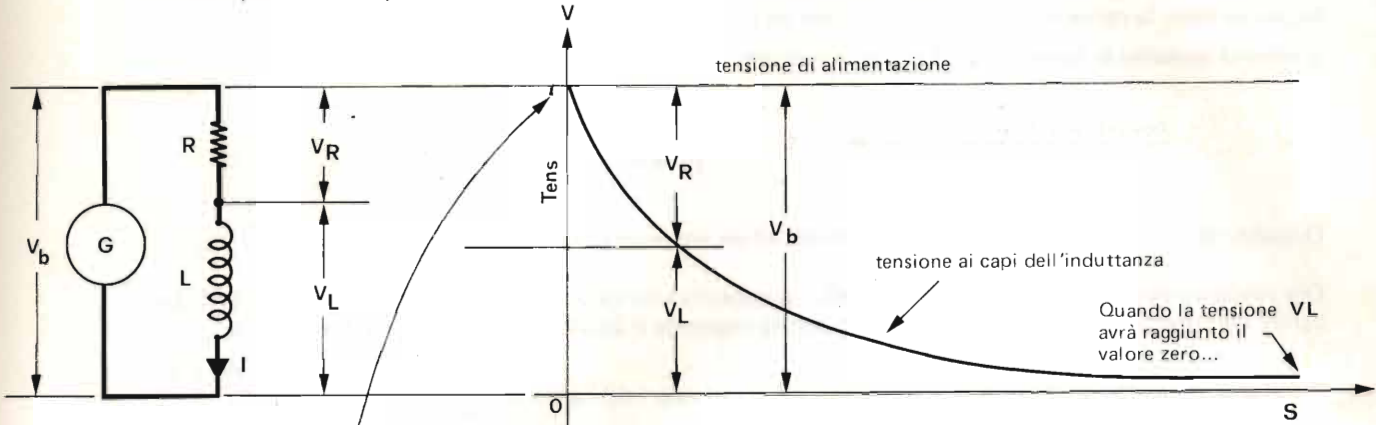
Questo è quanto volevamo dimostrare → $V_L = 36.8\% \; V_b$

Osservazione

Riducendo sia **R** che **C**, mantenendo costante τ, aumenta il valore della corrente di carica.

ANDAMENTO DELLA CORRENTE DI CARICA DI UN INDUTTORE

Durante la carica di una induttanza in un circuito **RL**, la corrente è zero all'inizio della carica a causa della reazione di tensione $V_L = V_b$ indi, la corrente aumenta fino a valore $I_M = V_b/R$ mentre la tensione va a zero.

Come si vede, la tensione appare transitoriamente durante la carica, annullandosi a carica avvenuta, mentre la corrente permane ai capi dell'induttore carico.

V

tensione di alimentazione

R V_R G L V_L I V_b

Tens V_R V_b V_L

tensione ai capi dell'induttanza

Quando la tensione VL avrà raggiunto il valore zero...

0 S

Istante iniziale { tensione $V_L = V_b$; corrente $I = 0$

I

corrente finale

Corr

corrente di carica

...il valore della corrente sarà arrivato al massimo

I

0 Tempo Sec

Espressione algebrica

$$I = \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)\frac{V_b}{R}$$

ATTENZIONE

Dopo un tempo $t = \frac{L}{R}$ la corrente è pari al 63% del valore finale

Dimostrazione - Infatti, nell'espressione algebrica $I = \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)\frac{V_b}{R}$

Si ponga $t = \frac{L}{R}$ e la frazione all'esponente diventa = **1** mentre la espressione algebrica diventa $I = \left(1 - e^{-1}\right)\frac{V_b}{R}$

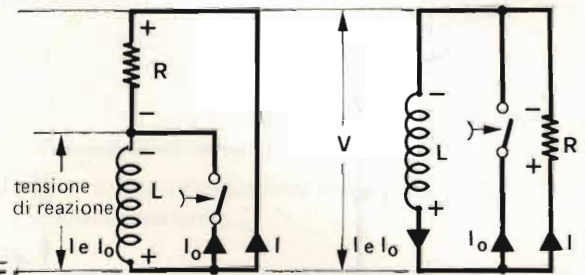
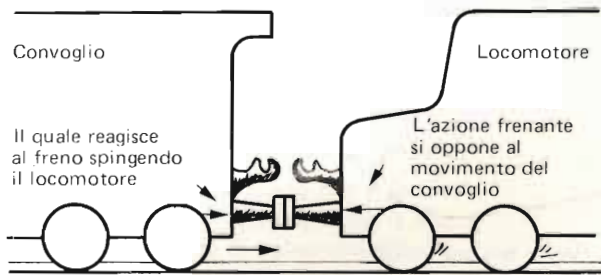
Trasformando in frazionario l'esponente negativo e sostituendo ad **e** il suo valore = **2.718** $I = \left(1 - \frac{1}{2.718}\right)\frac{V_b}{R}$

Completando i conti $I = 0{,}632\,\frac{V_b}{R}$

Ed è ciò che volevamo dimostrare ⟶ $I = 63\%\,\frac{V_b}{R}$

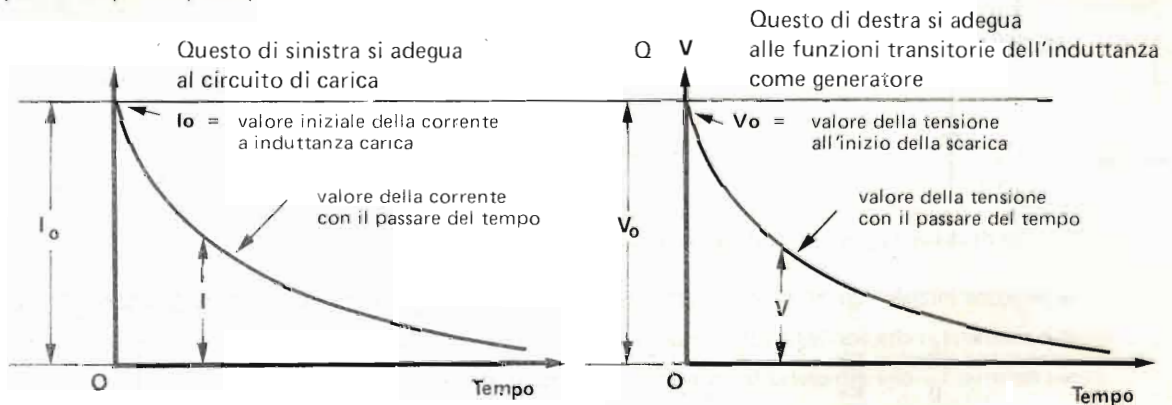
FENOMENO DELLA SCARICA DI UN INDUTTORE

Per scaricare l'energia cinetica del convoglio lanciato (cioè per fermarlo) supponiamo (per accostarci meglio all'analogia) che soltanto il locomotore sia dotato di freni.

Per scaricare l'energia cinetica della induttanza carica di corrente in corto circuito, bisogna deviare la corrente di carica attraverso una resistenza senza aprire il circuito (altrimenti si scarica istantaneamente attraverso una scintilla fra i capi di apertura).

Al momento della frenata agiscono i respingenti (l'azione di traino è invertita), ma la spinta diminuisce man mano che la velocità diminuisce.

La spinta agisce nella direzione del movimento ed è tanto più forte quanto più rapida è la frenata.

Durante la scarica si crea una controtensione che tende ad evitare che la corrente diminuisca.
E' l'induttanza ora che funge da generatore.

I due disegni sono funzionalmente identici.

All'inizio si hanno tensione e correnti massime. Poi diminuiscono insieme.

Costante di tempo

Valgono gli stessi concetti (vedi 13.24) del fenomeno della carica, ma **ATTENZIONE**

Dopo un tempo **t = RC** la corrente ed anche la tensione sono pari al 36.8% del valore iniziale.

Vediamo algebricamente perchè

Scriviamo l'espressione del valore della corrente in funzione del passare del tempo.

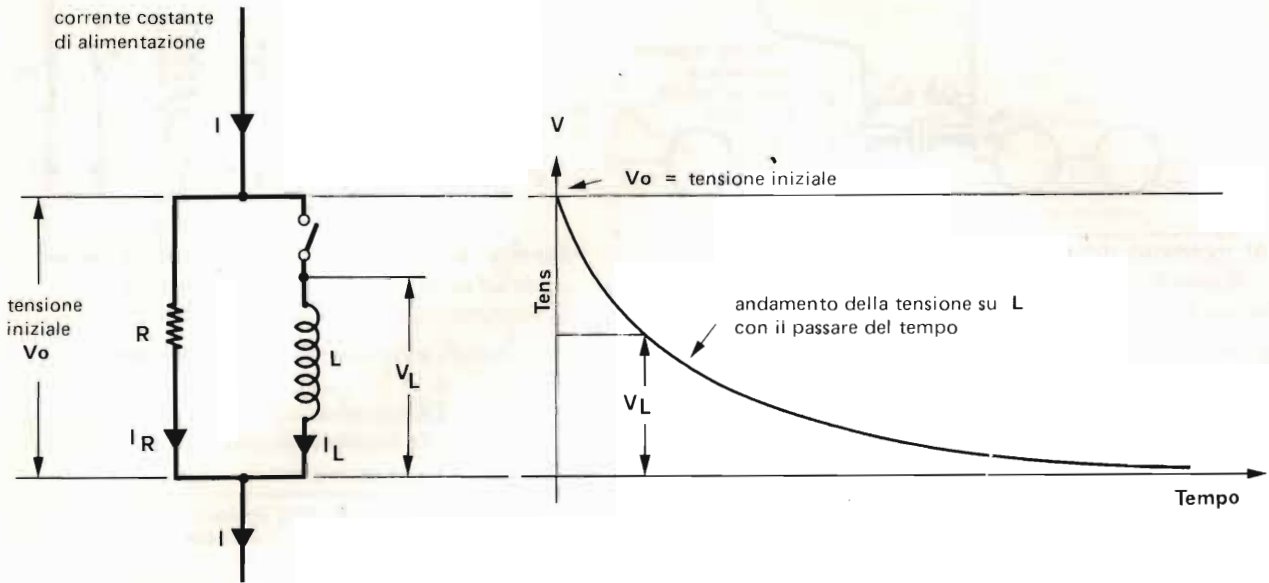
$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

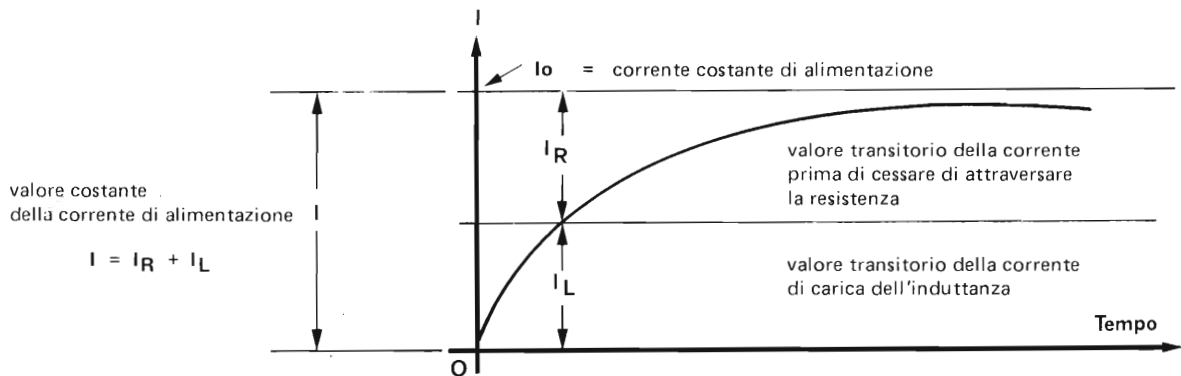
Per $t = \frac{L}{R}$ l'espressione algebrica diventa $I = I_0\, e^{-1}$

Sostituendo i valori e completando i conti $I = I_0\; 0.368$

Per la tensione analogamente sostituendo **I** con **V**. $I = 36.8\%\; I_0$

CARICA DELL'INDUTTORE CON RESISTORE IN PARALLELO

L'alimentazione a corrente costante è meno intuitiva, ma non deve essere meno interessante per comprendere questo fenomeno che è molto importante in elettronica e per inquadrarlo nel principio di reciprocità fra tensione e corrente.

All'istante di chiusura dell'interruttore (inizio della carica):

— la tensione iniziale **Vo** resta immutata perchè generata dalla induttanza per opporsi alla corrente
— la corrente I_L che vorrebbe attraversare l'interruttore è zero ($I_L = 0$)
— la corrente I_R che attraversa la resistenza resta immutata

Dopo un certo tempo, teoricamente infinito (fine della carica), si ha:

— l'induttanza è carica con tutta la corrente **I** e perciò
— la controtensione V_L è zero ($V_L = 0$) e perciò ancora
— la corrente che attraversa **R** si annulla ($I_R = 0$) in pratica **L** ha cortocircuitato **R**.

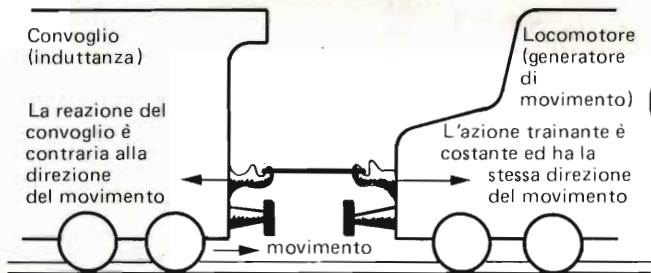
CARICA DELL'INDUTTORE CON CORRENTE VARIABILE

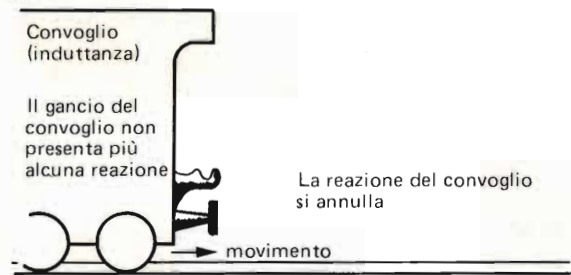
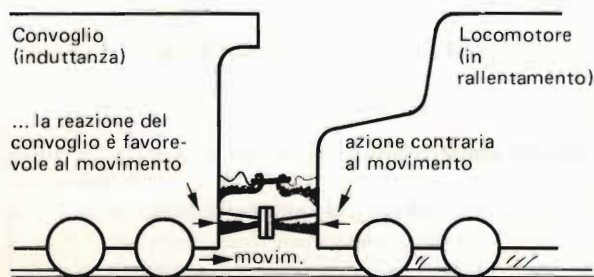
Una volta che si è afferrato il concetto di induttanza espresso al paragrafo 13.2, possiamo esaminare ciò che succede quando l'induttanza viene caricata con corrente che, invece di apparire tutta all'improvviso, viene inviata gradualmente secondo una determinata legge.

Per semplificare il concetto, immagineremo che la legge con la quale faremo variare nel tempo la corrente sia lineare. Cioè sia $I = kt$

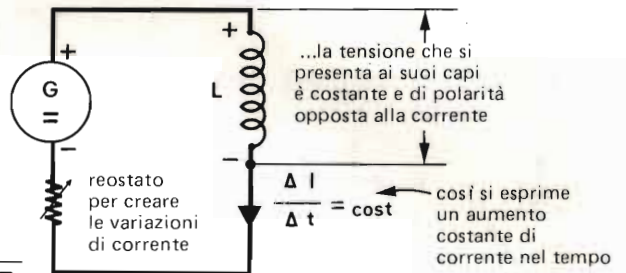
Torniamo ai soliti paragoni.

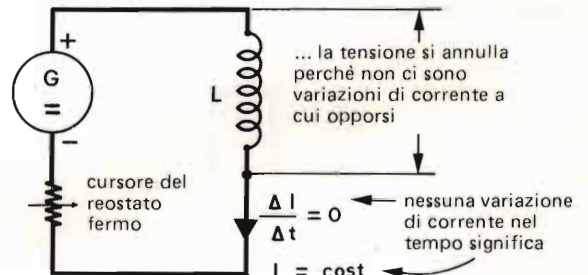
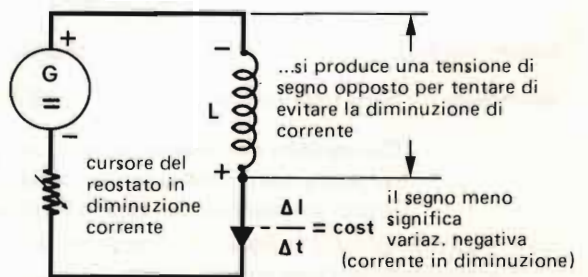
Fenomeno ferroviario

Se si traina un convoglio in modo che si provochi un aumento uniforme di velocità, occorre che al gancio si eserciti una forza di traino costante.

Finchè il convoglio continua ad aumentare regolarmente la velocità, è segno che l'azione trainante si mantiene costante.

Se ad un certo momento si toglie il locomotore, la velocità del convoglio cessa di aumentare, cioè si mantiene costante al valore raggiunto al momento del distacco

Se infine il locomotore si opponesse al movimento del convoglio in modo da fargli diminuire uniformemente la velocità...

...la reazione sarebbe identica anche se il movimento iniziasse a spinta sul convoglio fermo.

Fenomeno elettrico

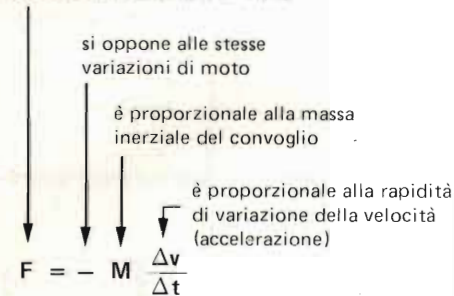
Se si carica un'induttanza con una corrente uniformemente variabile...

E' indispensabile che la corrente continui ad aumentare regolarmente se si vuole che la tensione si mantenga costante.

Se ad un certo momento non facciamo più aumentare la corrente e la manteniamo fissa ad un certo valore...

Se infine facessimo diminuire uniformemente la corrente nell'induttore...

La tensione sarebbe ugualmente di questo segno, se iniziassimo la carica invertendo la polarità del generatore.

L'UNITA' DI MISURA DELL'INDUTTANZA SOTTO L'ASPETTO DINAMICO

Dai fenomeni comparativi esaminati nella pagina precedente è evidente che:

Situazione ferroviaria

La forza che si sviluppa al traino come reazione alle variazioni di moto

Da questa relazione si può ricavare l'inerzia del convoglio (massa)

Questa inerzia in fisica si chiama **massa** e si misura in chilogrammi-massa (kgM).

Si ha un chilogrammo-massa inerziale in un corpo quando ad una azione acceleratrice misurata in metri/sec^2 si contrappone in uguale misura una forza misurata in newton.

Situazione elettrica

La tensione che si crea ai morsetti come reazione alle variazioni di corrente

Da questa relazione si può ricavare l'induttanza del circuito

Questa inerzia in elettrotecnica si chiama **induttanza** e si misura in henry (H).

Si ha un henry di induttanza in un circuito quando ad una variazione di corrente misurata in ampere/sec si contrappone in uguale misura una tensione misurata in volt.

In particolare si ha che:

$$1 \text{ henry} = \frac{1 \text{ volt}}{1 \frac{\text{ampère}}{\text{secondo}}}$$

In altre parole ancora:

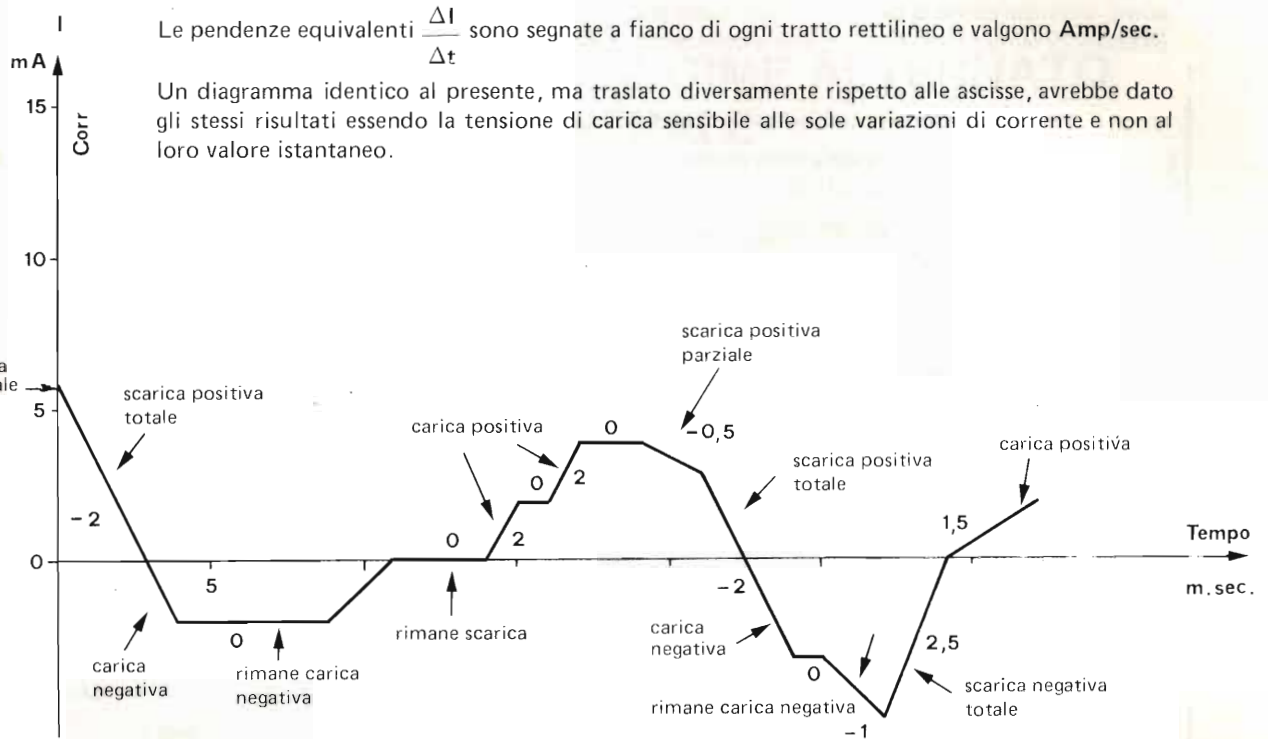
l'induttanza di 1 henry fa creare ai capi del circuito una tensione continua e costante di 1 volt se vi faccio passare una corrente uniformemente variabile in ragione di 1 amp/sec

Attenzione: Le grandezze fisiche non sono omogenee con quelle elettriche: esse sono state messe in paragone solo per la loro sorprendente analogia intuitiva.

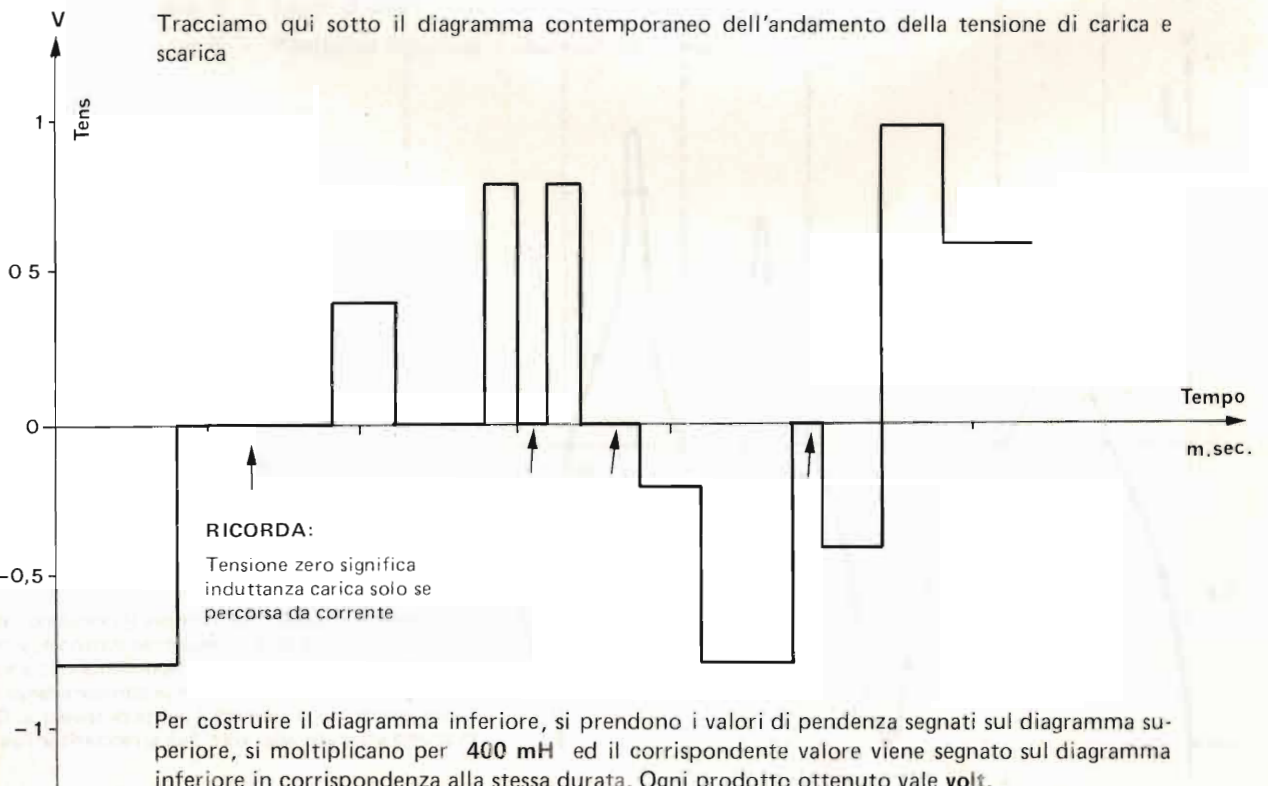
Suggerimento: Si confronti l'affascinante ed inevitabile identità con quanto descritto a pag. 13.20-2.

Avvertenza: Nella relazione $V = - L \frac{\Delta I}{\Delta t}$ in molti testi non compare il segno meno.
Ciò significa che convenzionalmente si è assunto come positivo il senso della corrente che entra nel polo positivo che si forma sull'induttore.
Anche noi, quando non sarà indispensabile il contrario, spesso trascureremo il segno meno.

ESEMPIO DI INDUTTORE SOTTOPOSTO A VARIAZIONI LINEARI DI CORRENTE

Dato il seguente diagramma di variazione della corrente attraverso una induttanza di **400 mH** = **4 . 10^{-1} H**

Le pendenze equivalenti $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ sono segnate a fianco di ogni tratto rettilineo e valgono **Amp/sec.**

Un diagramma identico al presente, ma traslato diversamente rispetto alle ascisse, avrebbe dato gli stessi risultati essendo la tensione di carica sensibile alle sole variazioni di corrente e non al loro valore istantaneo.

I mA Corr
15
10
carica iniziale
5
0
scarica positiva totale
-2
5
carica negativa
0
rimane carica negativa
rimane scarica
0
carica positiva
2
0
2
0
scarica positiva parziale
-0,5
scarica positiva totale
-2
carica negativa
0
rimane carica negativa
-1
2,5
scarica negativa totale
1,5
carica positiva
Tempo
m.sec.

Tracciamo qui sotto il diagramma contemporaneo dell'andamento della tensione di carica e scarica

Per costruire il diagramma inferiore, si prendono i valori di pendenza segnati sul diagramma superiore, si moltiplicano per **400 mH** ed il corrispondente valore viene segnato sul diagramma inferiore in corrispondenza alla stessa durata. Ogni prodotto ottenuto vale **volt.**

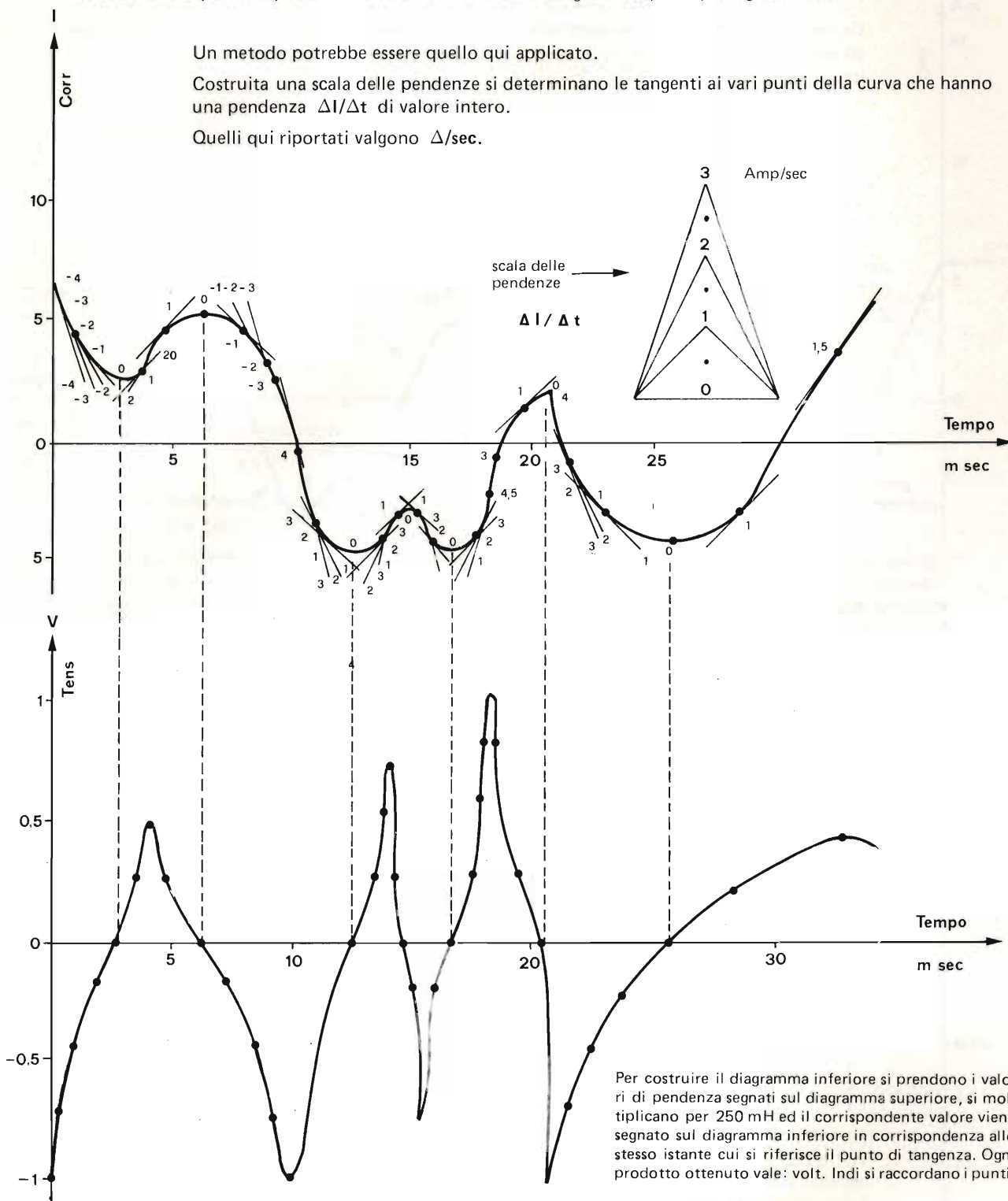
ESEMPIO DI INDUTTORE SOTTOPOSTO A VARIAZIONI QUALSIASI DI CORRENTE

Dato il seguente diagramma della corrente attraverso una induttanza di **250 mH** = **$2{,}5 \cdot 10^{-1}$ H**

In questo caso gli intervalli di tempo in cui si verifica un determinato valore di $\Delta I/\Delta t$ sono infinitesimi (istantanei), dato che anche le stesse variazioni cambiano ad ogni istante.
Intervalli di tempo finiti possono essere determinati sulle tangenti dei punti più significativi.

Un metodo potrebbe essere quello qui applicato.

Costruita una scala delle pendenze si determinano le tangenti ai vari punti della curva che hanno una pendenza $\Delta I/\Delta t$ di valore intero.

Quelli qui riportati valgono Δ/sec.

Per costruire il diagramma inferiore si prendono i valori di pendenza segnati sul diagramma superiore, si moltiplicano per 250 mH ed il corrispondente valore viene segnato sul diagramma inferiore in corrispondenza allo stesso istante cui si riferisce il punto di tangenza. Ogni prodotto ottenuto vale: volt. Indi si raccordano i punti.

Paragrafo 13.4

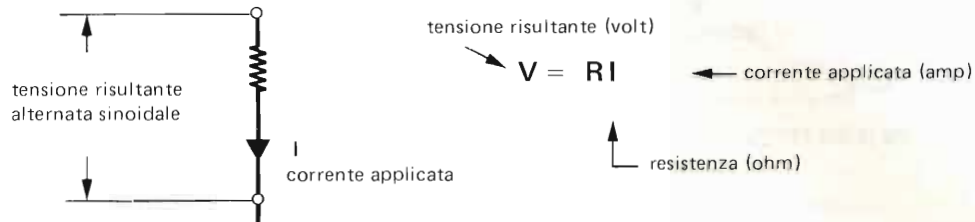
CARATTERISTICHE A REGIME ALTERNATO IN GENERALE

Indice degli argomenti e delle pagine.

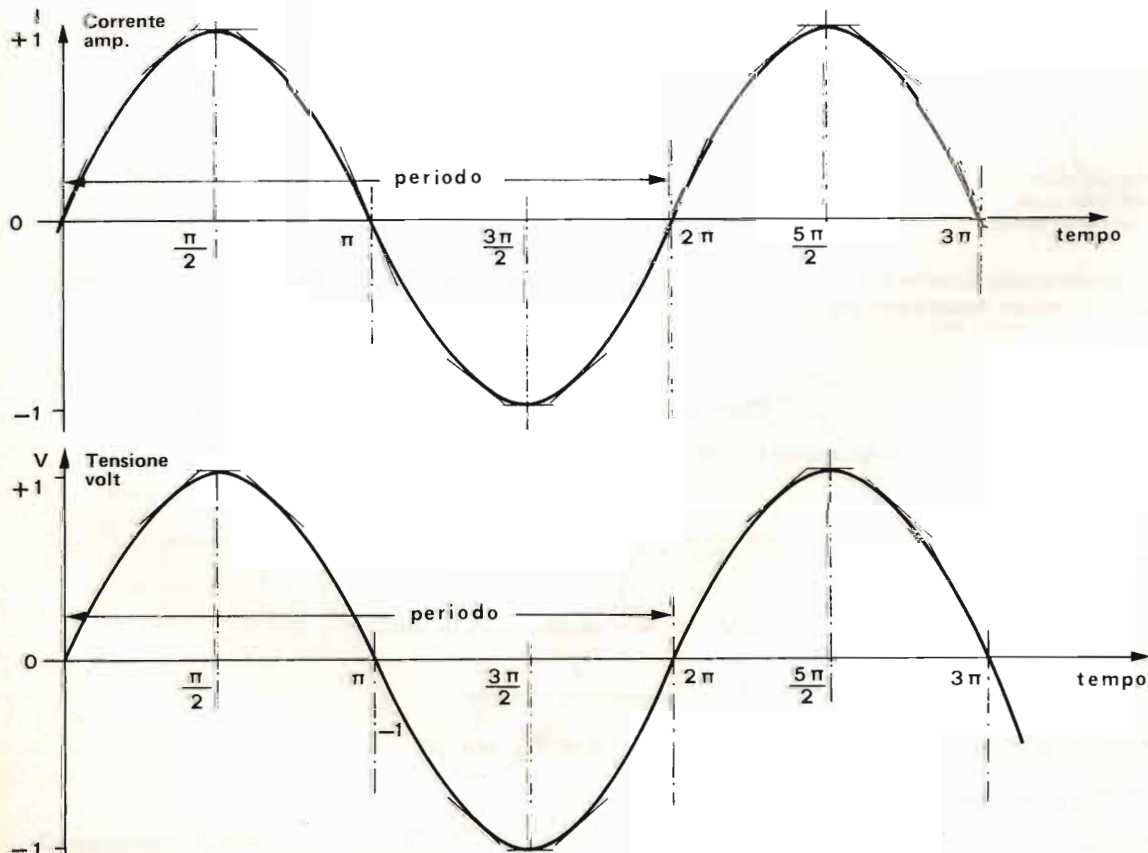
TENSIONE RISULTANTE SU UNA RESISTENZA SOTTOPOSTA A CORRENTE ALTERNATA

Il comportamento della resistenza in corrente alternata non è che un caso particolare di comportamento a regime variabile di corrente, il cui sviluppo assume importanza fondamentale in elettronica.

Infatti, quando una resistenza viene sottoposta ad una corrente alternata sinoidale...

... la tensione che si stabilisce ai capi dell'elemento che la costituisce risponde sempre alla seguente equazione (legge di Ohm: v. 10.21)

In altre parole, il valore della tensione risultante dipende proporzionalmente in ogni istante

- dal valore della resistenza **R**
- dal valore della corrente **I** in quell'istante

Esaminiamo una sinoide che rappresenti l'andamento nel tempo di una corrente alternata di ampiezza unitaria (**1A**) applicata ad una resistenza di valore unitario (**1 Ω**) e studiamo graficamente il corrispondente andamento della tensione risultante

Conclusione: L'andamento della tensione è ancora sinoidale, di ampiezza unitaria (**1 V**) e perfettamente in fase con l'andamento della corrente.

RELAZIONI MATEMATICHE FRA TENSIONI E CORRENTI ALTERNATE

Resistenza

Riprendiamo i ragionamenti fatti nella pagina precedente sulla equazione che esprime l'andamento dei valori che la tensione assume in funzione dei valori assunti da una corrente alternata che attraversa una resistenza

In ogni istante è

Se la corrente **I** varia col tempo secondo la seguente legge

La tensione risultante sarà

$$v = RI_M \text{ sen } \omega t$$

Per la legge di Ohm possiamo chiamare V_M il prodotto RI_M cioè

$$V_M = RI_M$$

per cui avremo

Anche in questo modo si conferma essere la tensione risultante di tipo alternato sinoidale come la corrente che attraversa la resistenza. Inoltre entrambe risultano in fase fra di loro.

Conduttanza

Anche per la corrente alternata il fenomeno è reversibile (legge di Ohm).

Infatti riprendiamo l'equazione $V = RI$

e risolviamola rispetto a **I**, si avrà $I = \frac{1}{R} V \qquad \frac{1}{R} = G$

cioè (10.22)

$$I = GV$$

tensione applicata (volt)

corrente risultante (amp.)

conduttanza (siemens)

Se la tensione varia sinoidalmente, $v = V_M \text{ sen } \omega t$

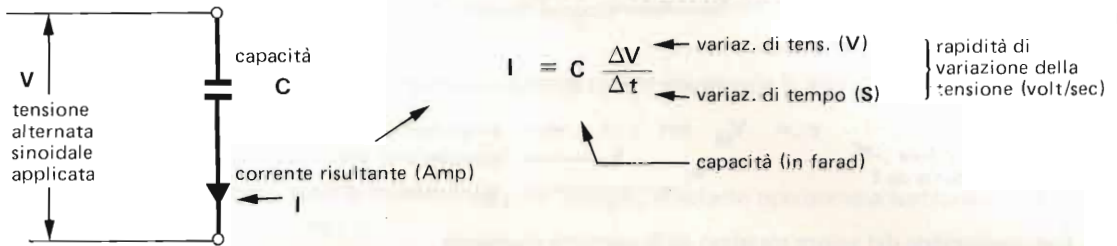
analogamente al calcolo precedente si avrà: $i = GV_M \text{ sen } \omega t$

e quindi $i = I_M \text{ sen } \omega t$

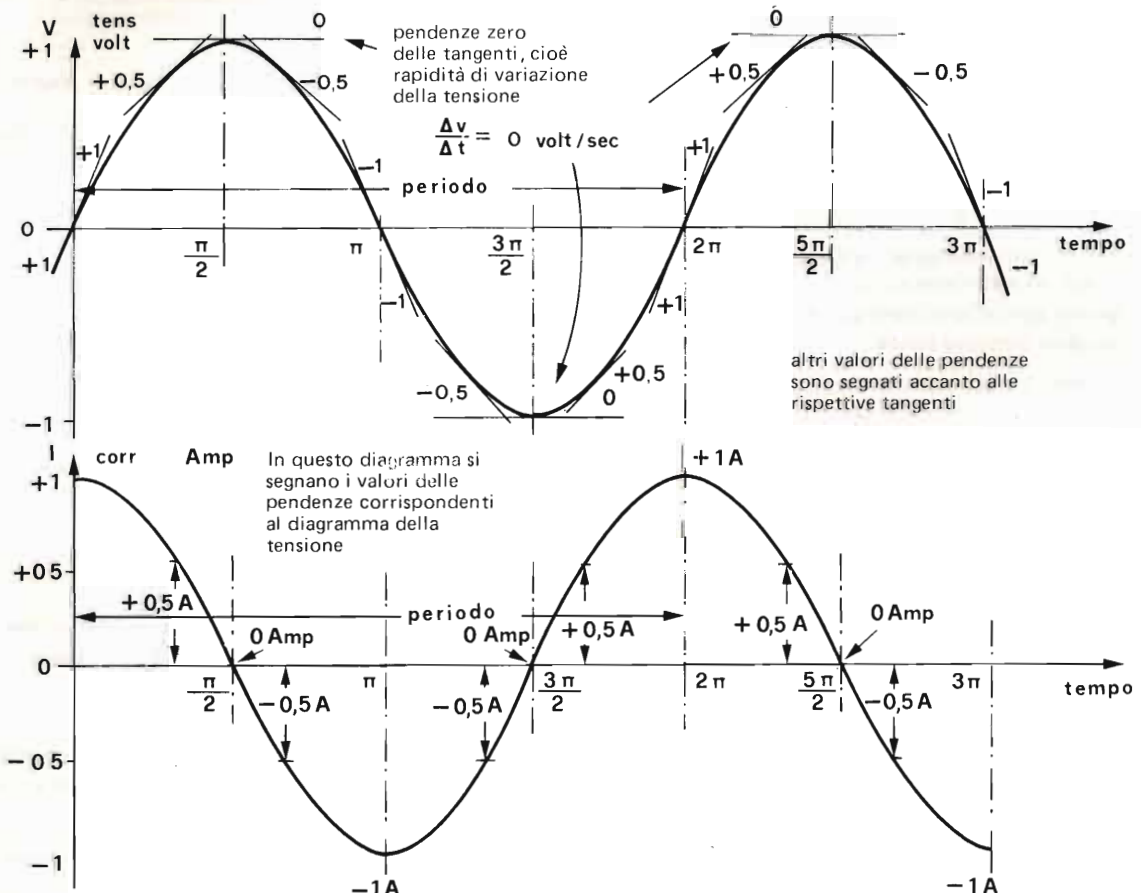
CORRENTE RISULTANTE IN UNA CAPACITA' SOTTOPOSTA A TENSIONE ALTERNATA

Il comportamento della capacità in corrente alternata non è che un caso particolare di comportamento a regime variabile di tensione, il cui sviluppo assume una importanza fondamentale in elettronica.

Quando infatti una capacità viene sottoposta ad una tensione alternata sinoidale...

... la corrente di carica e scarica che ne deriva risponde sempre alla seguente equazione: (13.24-2)

In altre parole, **l'intensità della corrente risultante** dipende proporzionalmente in ogni istante:

- dal valore della capacità **C**
- dalla rapidità di variazione della tensione $\frac{\Delta V}{\Delta t}$ in quell'istante

Esaminiamo una sinoide che rappresenti l'andamento nel tempo di una tensione alternata di ampiezza unitaria (1 V) applicata ad una capacità di valore unitario (1 F) e studiamo graficamente il corrispondente andamento della corrente risultante. (v. 13.24-4).

Conclusione: L'andamento della corrente è ancora sinoidale, di ampiezza unitaria (1 A), ma **sfasato di 90°C** ($\frac{\pi}{2}$) **in anticipo** (cosinoide) sull'andamento della tensione.

RELAZIONI MATEMATICHE FRA TENSIONE E CORRENTI ALTERNATE

Riprendiamo i ragionamenti fatti nella pagina precedente sulla equazione che esprime l'andamento dei valori che la corrente di carica e scarica assume in funzione della rapidità di variazione della tensione.

Quando la tensione stessa si alterna nel tempo secondo la seguente legge:

Determinazione del valore massimo della corrente risultante

Abbiamo visto che il valore massimo della corrente si ha quando la tensione passa per il valore zero, perchè in quel punto la inclinazione $\Delta V/\Delta t$ della tangente alla sinoide è massima.

Con questo esempio grafico vogliamo dimostrare che la intensità della corrente è proporzionale anche:

- al valore della capacità
- all'ampiezza della tensione applicata
- alla frequenza della tensione applicata

Per quanto concerne l'influenza del valore della capacità, la proporzionalità risulta evidente dalla equazione stessa.

Per quanto concerne l'influenza della rapidità di variazione della tensione, essa dipende sia dall'ampiezza che dalla frequenza della tensione stessa.

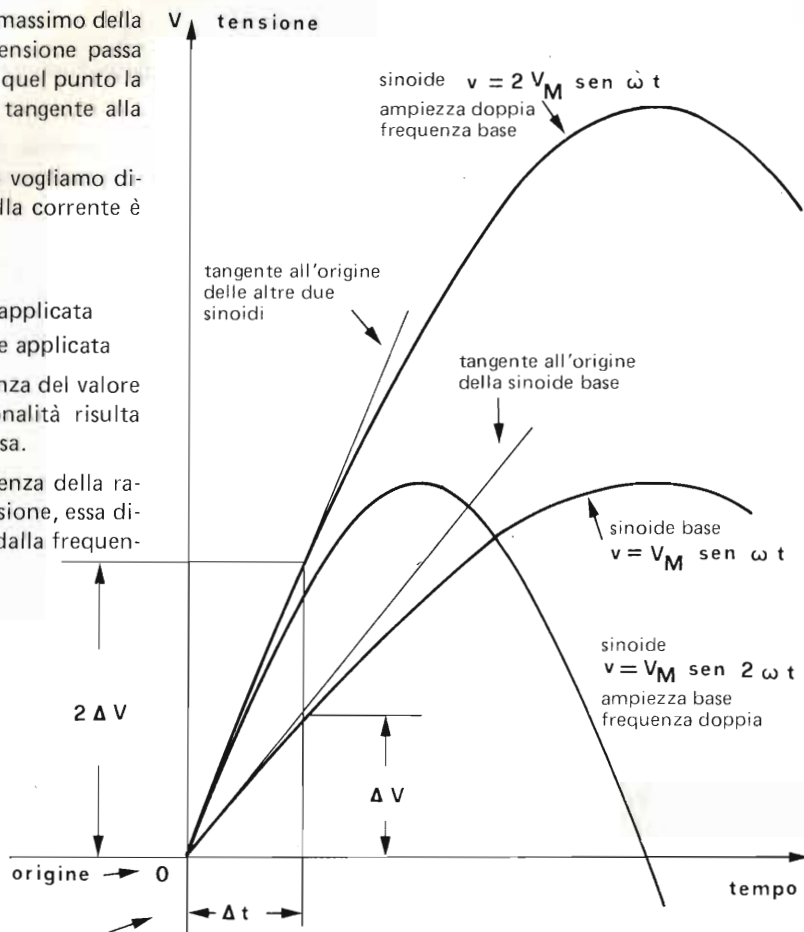
Si sono paragonate pertanto le inclinazioni delle tangenti all'origine delle sinoidi di frequenza doppia o di ampiezza doppia rispetto a una singola presa come base di riferimento.

L'inclinazione delle tangenti all'origine delle varie sinoidi, determina il valore massimo delle varie correnti risultanti.

Per uno stesso intervallo di tempo la tangente comune alle due sinoidi, rispettivamente di frequenza doppia e di ampiezza doppia rispetto a quella base, è di inclinazione doppia rispetto alla tangente relativa alla sinoide di riferimento.

Confermato quanto volevamo dimostrare, possiamo scrivere che

$$I_{Mc} = \omega \; V_M \; C$$

- I_{Mc}: corrente capacitiva (Amp)
- C: capacità (farad)
- V_M: tensione massila applicata (volt)
- ω: pulsazione $2 \pi f$ (rad/sec)

LEGGE DI OHM – REATTANZA CAPACITIVA

Il rapporto si chiama reattanza capacitiva

$$Xc = \frac{V_M}{I_{Mc}}$$

V_M ← valore massimo della tensione applicata

I_{Mc} ← valore massimo della corrente risultante capacitiva

Come si vede, esso ha le stesse dimensioni di una resistenza e si misura in ohm.

Con il nome **reattanza** ci ricorderemo che:

non si opera una dissipazione irricuperabile di energia come con la resistenza, ma si opera uno scambio alternativo di energia fra generatore e capacità con sfasamento di 90° ($\frac{\pi}{2}$ **rad**) fra tensione e corrente.

Con l'aggettivo **capacitîva** ricorderemo che (13.42-4):

la corrente risultante di carica e scarica della capacità è in anticipo sulla tensione.

Relazione fra reattanza, capacità e frequenza (pulsazione)

Poichè in 13.42-2 abbiamo calcolato che la corrente $I_{Mc} = \omega V_M C$, possiamo operare una sostituzione nella equazione della reattanza capacitiva, cioè:

$$Xc = \frac{V_M}{I_{Mc}} = \frac{V_M}{\omega V_M C} = \frac{1}{\omega C}$$

Riassumendo:

$$Xc = \frac{1}{\omega C}$$

la reattanza capacitiva (in ohm reattivi) → Xc

1 ← è l'inverso di

C ← capacità (in farad)

ω ← pulsazione = $2\pi f$ (rad/sec)

Osservazioni sugli effetti della proporzionalità inversa

a) Frequenza: Aumentando la frequenza (e quindi la pulsazione $\omega = 2\pi f$) diminuisce la reattanza capacitiva ed inversamente.

In particolare, per $f = 0$ (tensione continua) la reattanza capacitiva è infinita. Infatti, quando si applica una tensione continua ad una capacità, non si riscontra formazione di corrente, salvo un transitorio iniziale di carica o una eventuale presenza di conduzione occulta.

b) Capacità: Aumentando la capacità, diminuisce la reattanza capacitiva ed inversamente.

Esempi:

a) Valore della reattanza relativa ad una capacità $C = 2 \mu F$ sottoposta ad una frequenza $f = 12$ k Hz

$$Xc = \frac{1}{\underbrace{\underbrace{6.28}_{2\pi} \cdot \underbrace{12.10^3}_{Hz.}}_{\omega} \cdot \underbrace{\underbrace{2.10^{-6}}_{F}}_{C}} = \frac{10^3}{6.28 \cdot 24} = 6{,}6\ \Omega \text{ reattivi}$$

b) Se mi serve una reattanza capacitiva $Xc = 5\ k\Omega$ in un circuito dove sia presente una frequenza $f = 8$ k Hz, quale valore di capacità devo inserire?

Modifico l'espressione della reattanza capacitiva in modo da mettere in evidenza la capacità e procedo nel calcolo:

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{\underbrace{6.28}_{2\pi} \cdot \underbrace{8.10^3}_{Hz} \cdot \underbrace{5.10^3}_{\Omega}} = \frac{10^{-6}}{6.28 \cdot 40} = 3.8\ nF$$

REATTANZA CAPACITIVA – OSSERVAZIONI ED ESEMPI

Reattanza capacitiva fra valori efficaci

E' evidente che la **reattanza capacitiva** finora intesa come rapporto fra i valori massimi di tensione e corrente relativi ad una capacità, vale anche come **rapporto fra i valori efficaci di tensione e corrente** dato l'identico coefficiente di proporzionalità fra valori massimi e valori efficaci sia per la tensione che per la corrente (vedi 11.51-1 e 11.61-1).

cioè:

$$Xc = \frac{V}{I}$$

In altre parole

a) Se moltiplico una corrente massima per una reattanza, ottengo una tensione massima

$$I_M \cdot Xc = V_M$$

b) Se moltiplico una corrente efficace per una reattanza, ottengo una tensione efficace

$$I \cdot Xc = V$$

Esempi

a) Quale corrente efficace otterrò applicando ad una capacità **C = 250 pF**
una tensione efficace **V = 12 mV**
di frequenza **f = 5 MHz**

Calcolo

Reattanza $X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\underbrace{6.28}_{2\pi} \cdot \underbrace{5 \cdot 10^6}_{Hz} \cdot \underbrace{250 \cdot 10^{-12}}_{F}} = \frac{10^{-6}}{6.28 \cdot 1250} = 127\Omega$ **(reattivi)**

Corrente $I = \frac{V}{X^o} = \frac{12 \cdot 10^{-3}\ (V)}{127\ (\Omega)} = 94\ \mu A$

b) Quale capacità mi occorre in un circuito dove è presente una frequenza **f = 80 kHz**
se voglio che ai suoi capi sia presente una tensione **V = 200 V**
e che sia **attraversata** da una corrente **I = 50 mA**

Calcolo

Reattanza $X_c = \frac{V}{I} = \frac{200\ (V)}{50 \cdot 10^{-3}\ (A)} =$ KΩ **(reattivi)**

Capacità $C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{\underbrace{6 \cdot 28}_{2\pi} \cdot \underbrace{80 \cdot 10^3}_{Hz} \cdot \underbrace{40 \cdot 10^3}_{\Omega}} = \frac{10^{-6}}{6.28 \cdot 3200} = 4,98\ pF$

c) per quale frequenza una capacità del valore di **2 μF** sottoposta ad
una tensione del valore di **4 mV** mi provoca
una corrente del valore di **5 μA**

Calcolo

Reattanza $X_c = \frac{V}{I} = \frac{4 \cdot 10^{-3}\ (V)}{5 \cdot 10^{-6}\ (A)} = 0,8\ k\Omega$ **(reattivi)**

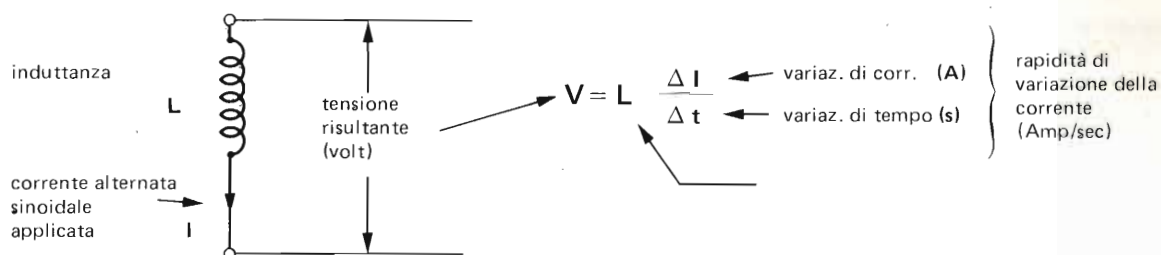
Pulsazione $\omega = \frac{1}{CX_c} = \frac{1}{\underbrace{2 \cdot 10^{-6}}_{F} \cdot \underbrace{0,8 \cdot 10^3}_{\Omega}} = \frac{1}{1,6} = 625\ rad/sec$

Frequenza $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{625}{6,28} = 99,5\ Hz$

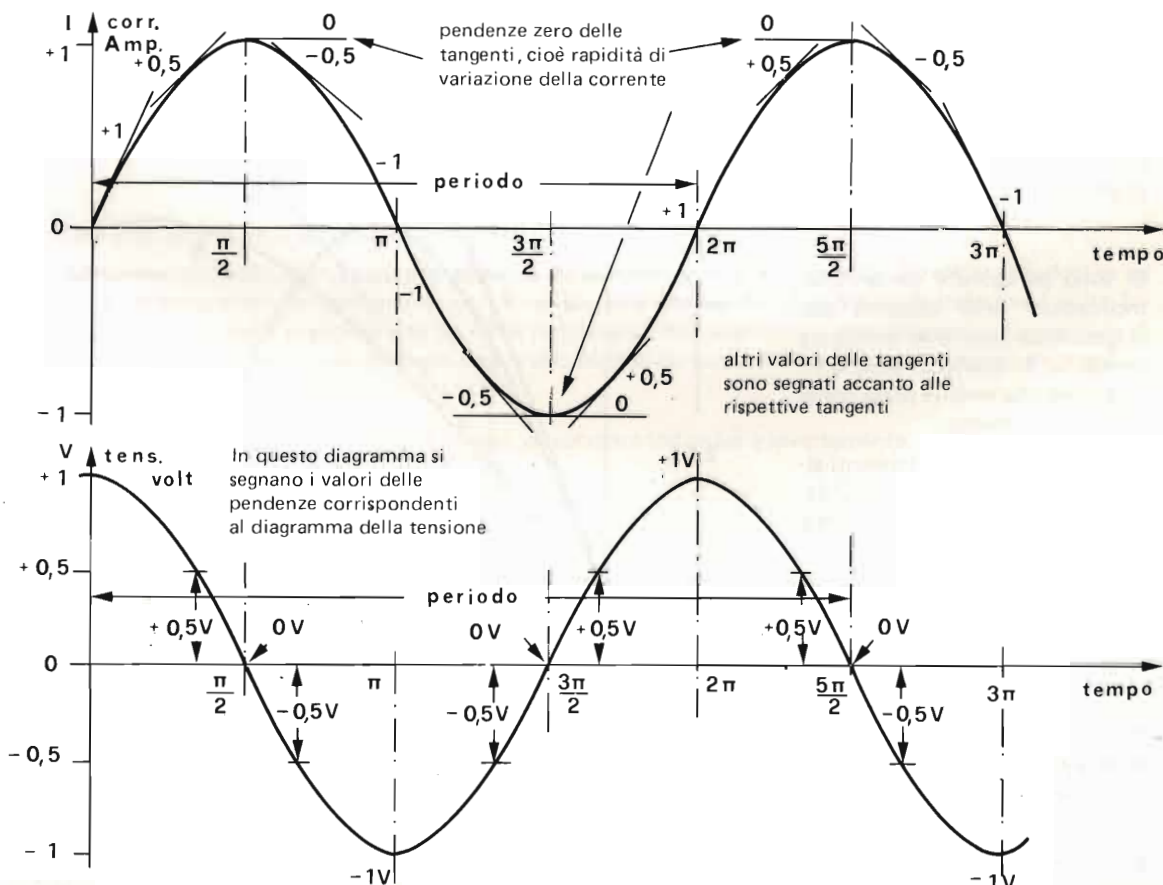
TENSIONE RISULTANTE SU UNA INDUTTANZA SOTTOPOSTA A CORRENTE ALTERNATA

Il comportamento della induttanza in corrente alternata non è che un caso particolare di comportamento a regime variabile di corrente, il cui sviluppo acquista una importanza fondamentale in elettronica.

Quando infatti una induttanza viene sottoposta ad una corrente alternata sinoidale...

... la tensione di reazione alla carica e scarica che si crea ai suoi capi risponde sempre alla seguente equazione:

In altre parole, l'ampiezza della tensione risultante dipende proporzionalmente in ogni istante:

- dal valore della induttanza **L**
- dalla rapidità di variazione della corrente $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ in quell'istante

Esaminiamo una sinoide che rappresenti l'andamento nel tempo di una corrente alternata di intensità massima unitaria (**1A**) applicata in una induttanza del valore unitario (**1H**) e studiamo graficamente il corrispondente andamento della tensione risultante (v. 13,34-4).

Conclusione: L'andamento della tensione è ancora sinoidale, di ampiezza unitaria (**1V**), ma sfasato di 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad) in anticipo (consinoide) sull'andamento della corrente.

RELAZIONI MATEMATICHE FRA CORRENTE E TENSIONE ALTERNATE

Riprendiamo i ragionamenti fatti nella pagina precedente sulla equazione che esprime l'andamento dei valori che la tensione di reazione alla carica e scarica assume in funzione della rapidità di variazione della corrente:

$$V = L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

quando la corrente stessa si alterna nel tempo secondo la seguente legge:

$$I = I_M \operatorname{sen} \omega t$$

corrente istantanea (Amp) dipendente da t
tempo (sec) (variabile indipendente)
pulsazione = $2\pi f$ (rad/sec)
valore massimo della corrente (Amp)

Determinazione del valore massimo della tensione risultante

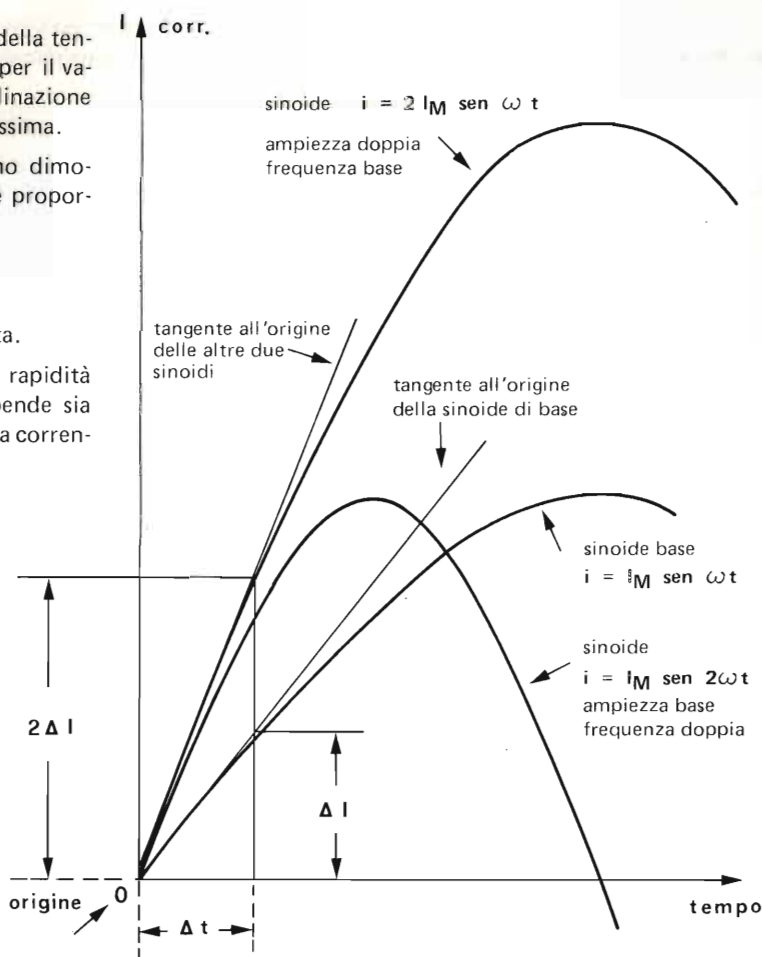
Abbiamo visto che il valore massimo della tensione si ha quando la corrente passa per il valore zero, perchè in quel punto l'inclinazione $\Delta I/\Delta t$ della tangente alla sinoide è massima.

Con questo esempio grafico vogliamo dimostrare che l'ampiezza della tensione è proporzionale anche:

- al valore della induttanza
- alla intensità della corrente applicata
- alla frequenza della corrente applicata.

Per quanto concerne l'influenza della rapidità di variazione della corrente, essa dipende sia dalla intensità che dalla frequenza della corrente stessa.

Si sono paragonate pertanto le inclinazioni delle tangenti alla origine delle sinoidi di frequenza doppia o di ampiezza doppia rispetto ad una sinoide presa come base di riferimento.

La inclinazione delle tangenti all'origine delle varie sinoidi, determina il valore massimo delle varie tensioni risultanti.

Per uno stesso intervallo di tempo la tangente comune alle due sinoidi, rispettivamente di frequenza doppia e di ampiezza doppia rispetto a quella base, è di inclinazione doppia rispetto alla tangente relativa alla sinoide di riferimento.

Confermato quanto volevamo dimostrare, possiamo scrivere che:

$$V_{ML} = \omega \, I_M \, L$$

LEGGE DI OHM – REATTANZA INDUTTIVA

Il rapporto

si chiama reattanza induttiva → $X_L = \dfrac{V_{ML}}{I_M}$ ← valore massimo della tensione risultante induttiva / ← valore massimo della corrente applicata

Come si vede, esso ha le stesse dimensioni di una resistenza e si misura in ohm

Col nome **reattanza** ricorderemo che:

non si opera una dissipazione irricuperabile di energia come con la resistenza, ma si opera uno scambio alternativo di energia fra generatore e induttanza con sfasamento di 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad) fra corrente e tensione.

Con l'aggettivo **induttiva** ricorderemo che 13.43-1):

la tensione risultante dalla reazione della induttanza è in anticipo sulla corrente.

Relazione fra reattanza, induttanza e frequenza (pulsazione)

Poichè in 13.43-2 abbiamo calcolato che la tensione $V_{ML} = \omega I_M L$ possiamo operare una sostituzione nella equazione della reattanza induttiva.

Cioè

$$X_L = \frac{V_{ML}}{I_M} = \frac{\omega I_M L}{I_M} = \omega L$$

Riassumendo

Osservazioni sugli effetti della proporzionalità diretta.

a) Frequenza: Aumentando la frequenza (e quindi la pulsazione $\omega = 2\pi f$) aumenta la reattanza induttiva ed inversamente. In particolare, per $f = 0$ (corrente continua) la reattanza induttiva è nulla. Infatti, quando si applica una corrente continua ad una induttanza, non si riscontra formazione di tensione ai suoi capi, salvo un transitorio iniziale di reazione alla carica o una eventuale presenza di resistenza occulta.

b) Induttanza: Aumentando l'induttanza, aumenta la reattanza induttiva e inversamente.

Esempi

a) Valore della reattanza relativa ad una induttanza $L = 2\,\mu H$
sottoposta ad una frequenza $f = 12\,k\,Hz$

$$X_c = \omega L = \underbrace{6.28}_{2n} \cdot \underbrace{12.10^3}_{Hz} \cdot \underbrace{2.10^{-6}}_{H} = 6.28 \cdot 24 \cdot 10^{-3} = 0{,}151\,\Omega \text{ "reattivi"}$$

b) Valore di induttanza da inserire per avere una reattanza induttiva $X_L = 5\,k\Omega$
in un circuito dove sia presente una frequenza $f = 8\,kHz$

Modifico l'espressione della reattanza induttiva in modo da mettere in evidenza l'induttanza e procedo nel calcolo

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{5 \cdot 10^3}{6{,}19 \cdot 8 \cdot 19^3} = \frac{0{,}625}{6.28} = 99.5\ mH$$

REATTANZA INDUTTIVA — OSSERVAZIONI ED ESEMPI

Reattanza induttiva fra valori efficaci

E' evidente che la **reattanza induttiva** finora intesa come rapporto fra i valori massimi di tensione e corrente relativi ad una induttanza, vale anche come **rapporto fra i valori efficaci di tensione e corrente** dato l'identico coefficiente di proporzionalità fra valori massimi ed efficaci sia per la tensione che per la corrente (vedi 11.51-1 e 11.61-1).

cioè

$$X_L = \frac{V}{I}$$

In altre parole

a) Se moltiplico una corrente massima per una reattanza, ottengo una tensione massima

$$I_M \cdot X_L = V_M$$

b) Se moltiplico una corrente efficace per una reattanza, ottengo una tensione efficace

$$I \cdot X_L = V$$

Esempi

a) Quale corrente efficace otterrò, applicando ad una induttanza $L = 250\ \mu H$
una tensione efficace $V = 12\ mV$
di frequenza $f = 5\ MHz$

calcolo

reattanza $X_L = \omega L = \underbrace{6{,}28}_{2\pi} \cdot \underbrace{5 \cdot 10^6}_{H2} \cdot \underbrace{250 \cdot 10^{-6}}_{H} = 6{,}28 \cdot 1250 = 7{,}81 k\Omega$ (reattivi)

corrente $I = \frac{V_L}{X_L} = \frac{12 \cdot 10^{-3} (V)}{7{,}81 \cdot 10^3\ (\Omega)} = 15{,}35\ \mu A$

b) Quale induttanza mi occorre in un circuito dove è presente una frequenza $f = 80\ kHz$
se voglio che ai suoi capi sia presente una tensione $V = 200\ V$
e che sia attraversata da una corrente $I = 50\ mA$

calcolo

reattanza $X_L = \frac{V_L}{I} = \frac{200\ (V)}{50 \cdot 10^{-3} (A)} = 40\ k\ \Omega$(reattivi)

induttanza $L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{40 \cdot 10^3\ (\Omega)}{6{,}28 \cdot 80 \cdot 10^3\ (rad/sec)} = \frac{0{,}5}{6{,}28} = 79{,}5\ mH$

c) Per quale frequenza una induttanza $L = 2\ \mu H$ sottoposta ad
una tensione $V = 4\ mV$ mi provoca
una corrente $I = 5\ \mu A$

calcolo

reattanza $X_L = \frac{V_L}{I} = \frac{4 \cdot 10^{-3} (V)}{5 \cdot 10^{-6} (A)} = 0{,}8\ k\Omega$ (reattivi)

pulsazione $\omega = \frac{X_L}{L} = \frac{0{,}8 \cdot 10^3\ (\Omega)}{2 \cdot 10^{-6}\ (H)} = 400\ M\ rad/sec$

frequenza $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{400 \cdot 10^6\ (rad/sec)}{6{,}28\ (rad/ciclo)} = 63{,}6\ MHz$

Paragrafo 13.5

CARATTERISTICHE A REGIME ALTERNATO

GRANDEZZE IN SERIE

Indice degli argomenti e delle pagine

PREMESSE SUL CONCETTO DI RESISTENZA

Abbiamo visto come tensioni e correnti possono variare mantenendosi proporzionali fra di loro quando interessano una resistenza (10.21).

Abbiamo visto anche come questo concetto di rigida proporzionalità secondo il fattore R che si chiama appunto resistenza (legge di Ohm) coincida con il concetto di mantenimento in fase della tensione con la corrente, quando si ha a che fare con fenomeni ciclici come sono le grandezze alternate (13.41).

D'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusione nei calcoli, quando diciamo **resistenza** dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica dei **circuiti serie**, in quanto, al denominatore, comune con le grandezze reattive che seguono in questa trattazione (reattanze), troviamo la corrente, grandezza pure comune agli elementi che si trovano in serie fra di loro.

Questa parola è di uso più comune del suo reciproco, la conduttanza, che è una grandezza caratteristica dei circuiti parallelo (10.61).

I resistori e perfino i conduttori inoltre vengono classificati secondo la loro resistenza e questo purtroppo non contribuisce a schiarire le idee.

Spesso il principiante non concepisce immediatamente la differenza concettuale e trova difficoltà nel fare i calcoli.

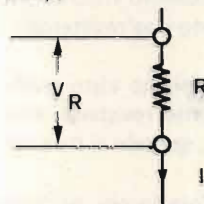
Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

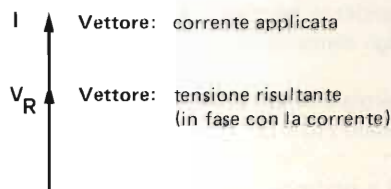
DEFINIZIONE DI RESISTENZA

Come abbiamo ripetutamente visto altrove, la resistenza è determinata così:

resistenza (Ω attivi) ⟶ $$R = \frac{V_R}{I}$$ ⟵ V_R: tensione in fase risultante ai capi (volt); ⟵ I: corrente che attraversa la resistenza (Amp)

Essa è anche l'inverso della conduttanza (vedi 13.61-2)

(ohm) ⟶ $$R = \frac{1}{G}$$ ⟵ (Siemens)

Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la tensione risultante è in fase con la corrente, i due vettori risultano sovrapposti (10.31-2)(10.32-1).

RESISTENZE IN SERIE

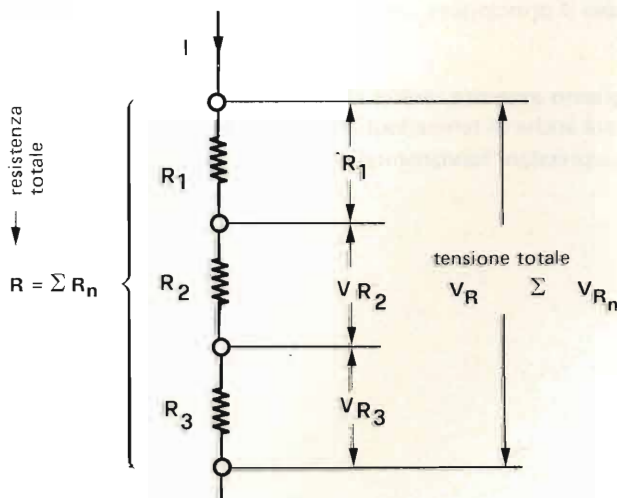
Resistenza totale

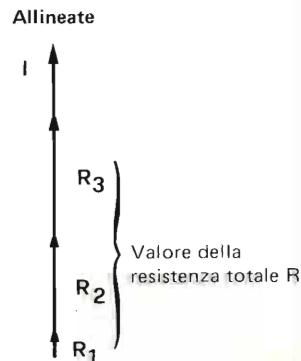
Il valore di due o più resistenze in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole resistenze (10.32-1).

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n$$

Tensione totale

Il valore della tensione che si presenta al capi estremi di due o più resistenze in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole tensioni.
Anche essa sarà in fase con la corrente come le componenti.

$$R = V_{R_1} + V_{R_2} + V_{R_3} + \ldots + V_{R_n}$$

Rappresentazione vettoriale di resistenze

Poichè le resistenze in serie stanno fra loro come le rispettive tensioni, esse possono essere rappresentate come le tensioni stesse e in vari modi, purchè sempre parallele o sovrapposte alla direzione di riferimento della corrente.

PREMESSA SUL CONCETTO DI REATTANZA CAPACITIVA

In precedenza (13.42) abbiamo introdotto il concetto di reattanza capacitiva come rapporto fra i valori massimi (o tra i valori efficaci) della tensione alternata che si forma ai terminali di una capacità rispetto alla corrente alternata di carica e scarica che attraversa i suoi terminali.

Malgrado in ogni medesimo istante i valori di tensione non si mantengano proporzionali ai rispettivi valori di corrente (13.42), abbiamo potuto appurare invece che i valori massimi (o i valori efficaci) si mantengono rigorosamente proporzionali secondo il fattore **Xc** che si è chiamato appunto "reattanza capacitiva".

In questo modo si sono potute assimilare alla legge di Ohm (10.21) per le resistenze, anche le grandezze reattive a frequenza costante, purchè non si dimentichi il fenomeno fondamentale che vede nella reattanza capacitiva la tensione sfasata di 90° in ritardo sulla corrente (13.42).

D'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusioni nei calcoli, quando diciamo **reattanza** capacitiva, dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica dei **circuiti serie** (v. 13.51-1).

Constaterà il lettore che questa parola è di uso più comune del suo reciproco, la suscettanza capacitiva che è una grandezza caratteristica dei circuiti parallelo che vedremo (13.62).

Vale la pena di ricordare comunque che i condensatori non possono essere classificati secondo il valore della loro reattanza capacitiva perchè questa, per un dato valore di capacità, dipende unicamente dalla frequenza dell'energia elettrica alternata cui il condensatore stesso verrà sottoposto.

Spesso il principiante non concepisce immediatamente la differenza concettuale e trova difficoltà nel fare i calcoli.

Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

DEFINIZIONE DI REATTANZA CAPACITIVA

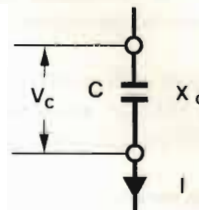
Come abbiamo ripetutamente visto (13.42), la reattanza capacitiva è determinata così:

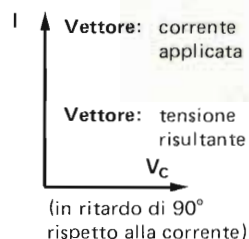
reattanza capacitiva (Ω reattivi) → $X_c = \frac{V_c}{I}$ ← tensione in ritardo di 90° rispetto alla corrente che attraversa la capacità

Essa è anche l'inverso della suscettanza capacitiva (vedi)

(ohm) $X_c = \frac{1}{B_c}$ (siemens)

Essa dipende anche dalla capacità e dalla frequenza:

(ohm) $X_c = \frac{1}{\omega C}$ ← (farad), ω ← (2 π f)

Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la tensione risultante è in ritardo di 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad) rispetto alla corrente, la rappresentazione vettoriale è questa (10.32-1) (10.42-1)

REATTANZE CAPACITIVE IN SERIE

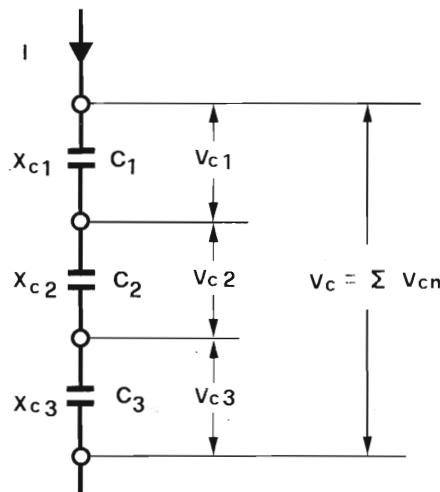
Reattanza capacitiva totale

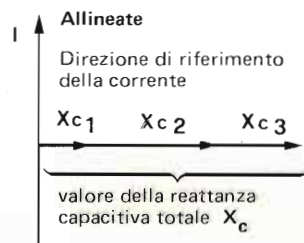
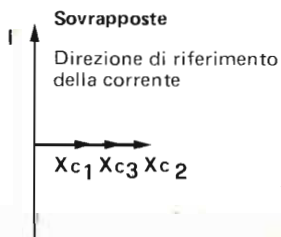
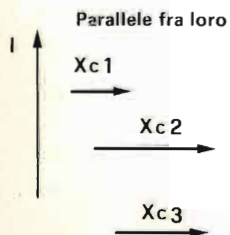
Il valore totale di due o più reattanze capacitive in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole reattanze capacitive.

$$X_c = X_{c_1} + X_{c_2} + X_{c_3} + \ldots + X_{c_n}$$

Tensione capacitiva totale

Il valore totale della tensione che si presenta ai capi estremi di due o più reattanze capacitive in serie corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole tensioni capacitive.
Anche essa sarà sfasata in ritardo di 90° rispetto alla corrente, come le componenti.

$$V_c = V_{c_1} + V_{c_2} + V_{c_3} + \ldots + V_{c_n}$$

Rappresentazione vettoriale di più reattanze capacitive

Poichè le reattanze capacitive in serie stanno fra loro come le rispettive tensioni, esse possono essere rappresentate come le tensioni stesse e in vari modi, purchè sempre sfasate di 90° in ritardo rispetto alla direzione di riferimento della corrente.

PREMESSA SUL CONCETTO DI REATTANZA INDUTTIVA

In precedenza (13.43) abbiamo introdotto il concetto di reattanza induttiva come rapporto fra i valori massimi (o fra i valori efficaci) della tensione di reazione che si forma ai terminali di una induttanza rispetto ad una corrente alternata che l'attraversa.

Malgrado in ogni medesimo istante i valori di tensione non si mantengano proporzionali ai rispettivi valori di corrente (13.43), abbiamo potuto appurare invece che i valori massimi (o i valori efficaci) si mantengano rigorosamente proporzionali secondo il fattore X_L che si è chiamato appunto "reattanza induttiva".

In questo modo si sono potute assimilare alla legge di Ohm anche le grandezze reattive a frequenza costante, purchè non si dimentichi il fenomeno fondamentale che vede nella reattanza induttiva la tensione sfasata di 90° in anticipo sulla corrente. (13.43).

D'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusioni nei calcoli, quando diciamo **reattanza** induttiva, dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica dei **circuiti serie** (v. 13.51-1).

Constaterà il lettore che questa parola è di uso più comune del suo reciproco, la suscettanza induttiva è una grandezza caratteristica dei circuiti parallelo come vedremo (13.63).

Vale la pena di ricordare comunque che gli induttori non possono essere classificati secondo il valore della loro reattanza induttiva perchè questo per un dato valore di induttanza dipende unicamente dalla frequenza della energia elettrica alternata cui l'induttore stesso verrà sottoposto.

Spesso il principiante non concepisce immediatamente la differenza concettuale e trova difficoltà nel fare i calcoli.

Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

DEFINIZIONE DI REATTANZA INDUTTIVA

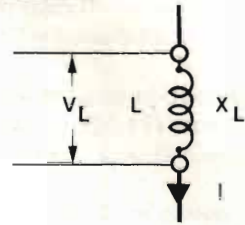
Come abbiamo visto (13.43), la reattanza induttiva è determinata così:

reattanza induttiva (Ω reattivi) → $X_L = \dfrac{V_L}{I}$ ← tensione in anticipo di 90° rispetto alla corrente che attraversa l'induttanza

Essa è anche l'inverso della suscettanza induttiva (vedi)

(ohm) → $X_L = \dfrac{1}{B_L}$ ← (siemens)

Essa dipende anche dalla induttanza e dalla frequenza

(ohm) → $X_L = \omega L$ ← (henry)

ω = ($2\pi f$)

Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

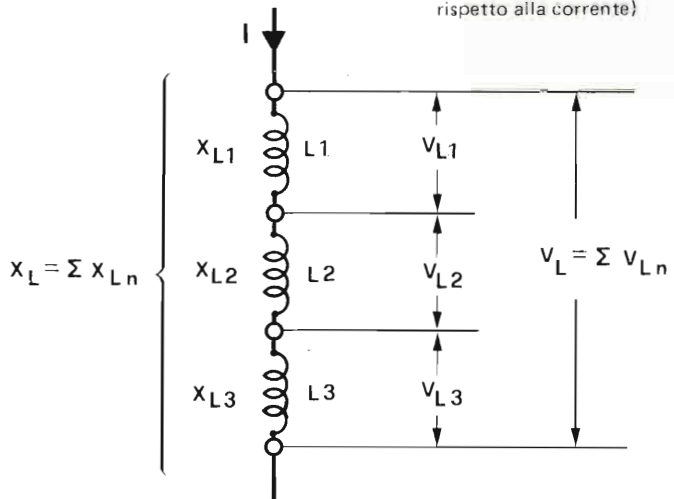
Poichè la tensione risultante è in anticipo di 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad) rispetto alla corrente, la rappresentazione vettoriale è questa (10.32-1) (10.43-1) →

(in anticipo di 90° rispetto alla corrente)

REATTANZE INDUTTIVE IN SERIE

Reattanza induttiva totale

Il valore totale di due o più reattanze induttive in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole reattanze induttive.

$$X_L = X_{L_1} + X_{L_2} + X_{L_3} + \ldots + X_{L_n}$$

Tensione induttiva totale

Il valore totale della tensione che si presenta ai capi estremi di due o più reattanze induttive in serie, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole tensioni induttive.
Anch'essa sarà sfasata in anticipo di 90° rispetto alla corrente, come le componenti.

$$V_L = V_{L_1} + V_{L_2} + V_{L_3} + \ldots + V_{L_n}$$

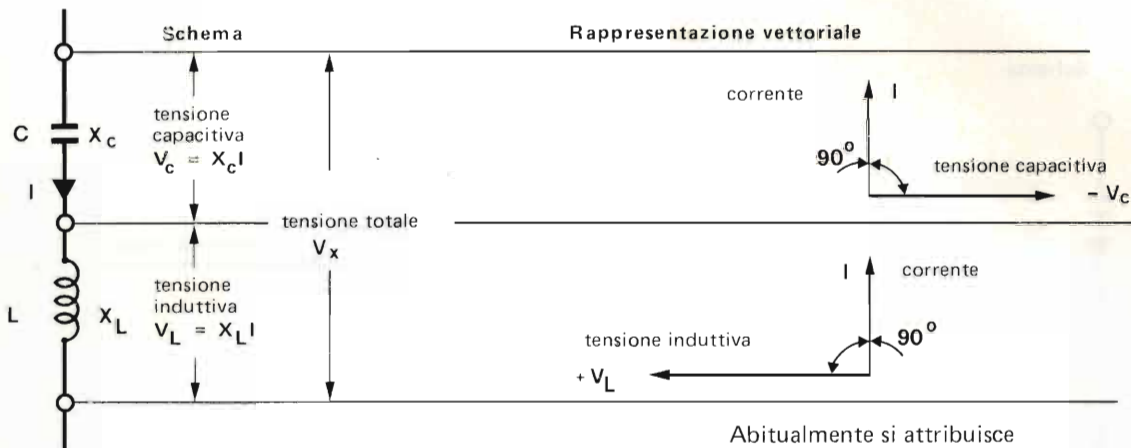
Rappresentazione vettoriale di più reattanze induttive

Poichè le reattanze induttive in serie stanno fra loro come le rispettive tensioni, esse possono essere rappresentate come le tensioni stesse e in vari modi, ma sempre sfasate di 90° in anticipo rispetto alla direzione di riferimento della corrente.

SEGNO E SOMME DI TENSIONI REATTIVE

Si abbiano, collegate in serie, una reattanza induttiva ed una reattanza capacitiva.

Esse sono attraversate dalla medesima corrente, mentre le rispettive tensioni hanno, ciascuna, sfasamento di 90° opposto, rispetto alla direzione della corrente stessa.
Ciò significa che le due tensioni sono allineate, ma hanno direzioni opposte.

Pertanto, a ciascuna tensione si può attribuire un segno algebrico e quindi la somma di due tensioni in opposizione di fase sarà algebrica.

Abitualmente si attribuisce

—) il segno negativo alla tensione capacitiva

+) il segno positivo alla tensione induttiva

La rappresentazione vettoriale delle due tensioni rispetto alla corrente, può essere sintetizzata in questo modo → + V_L ←—→ - V_c (I corrente comune)

Molti autori preferiscono disegnare in orizzontale la direzione della corrente di riferimento ed in questo modo ci uniformeremo nel grafico seguente.

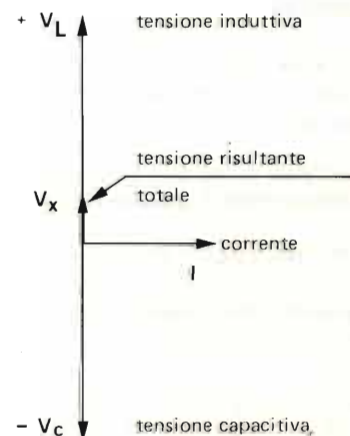
Rappresentazione vettoriale della tensione reattiva totale

La somma algebrica delle due tensioni, che, in modulo, equivale alla loro differenza, corrisponde al valore della tensione totale che si verifica agli estremi liberi del circuito.

Questa tensione reattiva risultante sarà di tipo capacitivo o induttivo (cioè negativa o positiva) a seconda di quale delle due grandezze prevale.

Nell'esempio qui a fianco prevale la tensione induttiva.

Algebricamente l'espressione è la seguente:

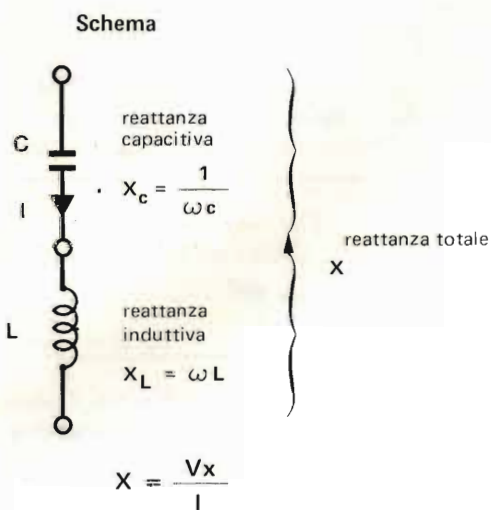
$$V_x = V_L - V_c$$

SEGNO E SOMMA DI REATTANZE

Poichè, come abbiamo già visto, anche le reattanze sono grandezze vettoriali rispetto ad una grandezza comune (la corrente), esse possono sommarsi vettorialmente come le rispettive tensioni.

Perciò anche i vettori che rappresentano la reattanza capacitiva e la reattanza induttiva, saranno rappresentati da parti opposte sfasati di 90° rispetto alla direzione del vettore che rappresenta la corrente.

Ciò significa che le due reattanze sono allineate, ma hanno direzioni opposte.

Pertanto a ciascuna reattanza si può attribuire un segno algebrico e quindi la somma di due reattanze in opposizione di fase sarà algebrica.

Abitualmente si attribuisce
–) il segno negativo alla reattanza capacitiva
+) il segno positivo alla reattanza induttiva

La rappresentazione vettoriale delle due reattanze, rispetto alla corrente, può essere sintetizzata in questo modo.

Molti autori preferiscono disegnare in orizzontale la direzione delle corrente di riferimento e nel grafico seguente ci uniformiamo senz'altro.

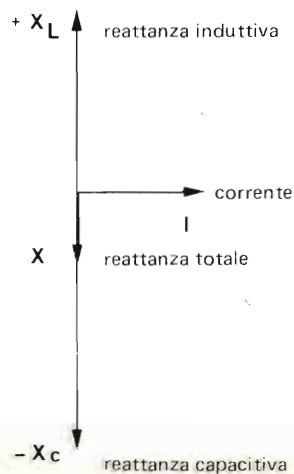
Rappresentazione vettoriale della reattanza totale

La somma algebrica delle due reattanze che, in modulo, equivale alla loro differenza, corrisponde al valore della reattanza totale che si verifica agli estremi liberi del circuito.

Questa reattanza totale sarà di tipo capacitivo o induttivo (cioè negativa o positiva) a seconda di quale delle due grandezze prevale.

Nell'esempio qui a fianco prevale la reattanza capacitiva.

Algebricamente l'espressione è la seguente:

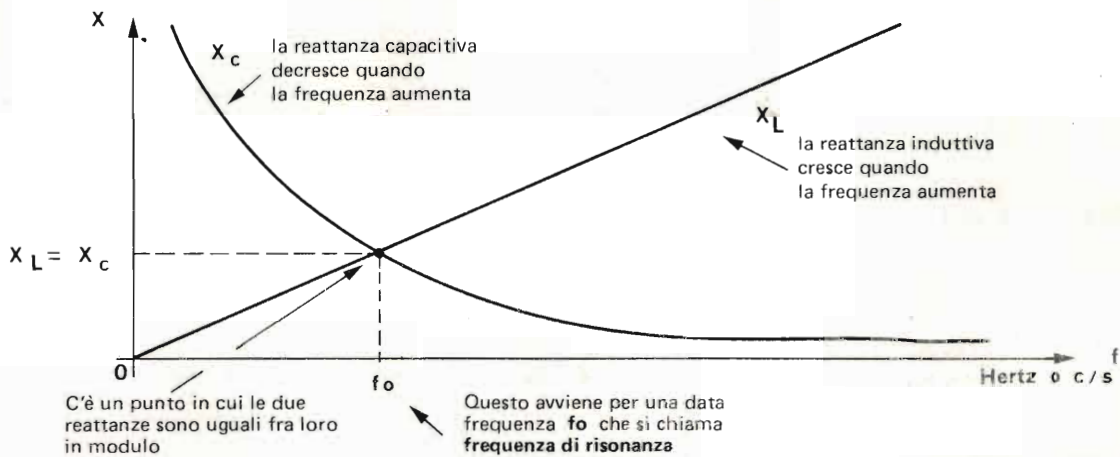
$$X = X_L - X_c$$

SOMMA NULLA DI REATTANZE. RISONANZA

Abbiamo visto quanto segue; in valore assoluto.

reattanza capacitiva (ohm) → $X_c = \frac{1}{\omega C}$ ← capacità (farad)

pulsazione = $2\pi f$ (rad/sec)

reattanza induttiva (ohm) → $X_L = \omega L$ ← induttanza (henry)

Rappresentiamo graficamente i valori delle due reattanze in funzione della frequenza **(valori assoluti)**

Anche se uguali fra loro in modulo, le due reattanze hanno vettorialmente direzioni opposte; cioè le tensioni che si formano ai loro capi sono in opposizione di fase fra loro.

La somma di due siffatte reattanze è uguale a zero, così come è uguale a zero in ogni istante la somma delle tensioni ai loro capi.

Vediamo il significato di tutto questo.

per $X_c = X_L$

reattanza totale $X = 0$

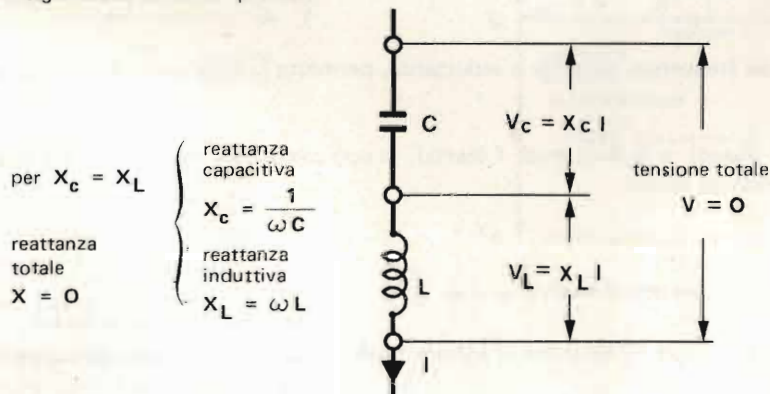
reattanza capacitiva $X_c = \frac{1}{\omega C}$

reattanza induttiva $X_L = \omega L$

C $V_C = X_C I$

L $V_L = X_L I$

tensione totale $V = 0$

I

Nota La tensione totale è uguale a zero anche se passa corrente nel circuito, mentre le due tensioni capacitiva e induttiva hanno un valore ben definito.

Avvertenza Bisogna fare bene attenzione quando si alimenta con una tensione alternata un circuito serie in risonanza perchè, non potendosi generare ai suoi capi una tensione uguale a quella di alimentazione, esso si comporta come un corto circuito con aumento infinito della corrente e con conseguenze che dipendono dalle potenze in gioco.

FREQUENZA DI RISONANZA

Conoscendo la capacità **C (farad)** e l'induttanza **L (henry)**, è possibile determinare per quale frequenza **f (hertz)** il circuito serie, comprendente le due grandezze, entra in risonanza

Essendo

la reattanza capacitiva $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$

la reattanza induttiva $X_L = \omega L$

l'uguaglianza $X_C = X_L$ delle reattanze porta alla uguaglianza corrispondente

$$\frac{1}{\omega C} = \omega L$$

Sviluppando si ha

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

da cui

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

pulsazione di risonanza **(rad / sec)** — capacità **(farad)** — induttanza **(henry)**

Essendo inoltre $\omega = 2\pi f$ e sostituendo, si ha

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Questa relazione è identica a quella descritta per il circuito parallelo (vedi 13.81-1).

Ciò significa che le due grandezze risuonano, sia se collegate in serie, sia se collegate in parallelo.

Altri problemi

Lo sviluppo della relazione tra frequenza, capacità e induttanza, permette la soluzione di altri analoghi problemi.

a) conoscendo la capacità **C (farad)** e la frequenza **f (hertz)**, si può calcolare il valore della induttanza serie che manda in risonanza il circuito stesso.

Esso sarà

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

induttanza **(henry)** — capacità **(farad)** — pulsazione = $2\pi f$ **(rad / sec)**

b) conoscendo l'induttanza **L (henry)** e la frequenza **f (hertz)**, si può calcolare il valore della capacità serie che manda in risonanza il circuito stesso.

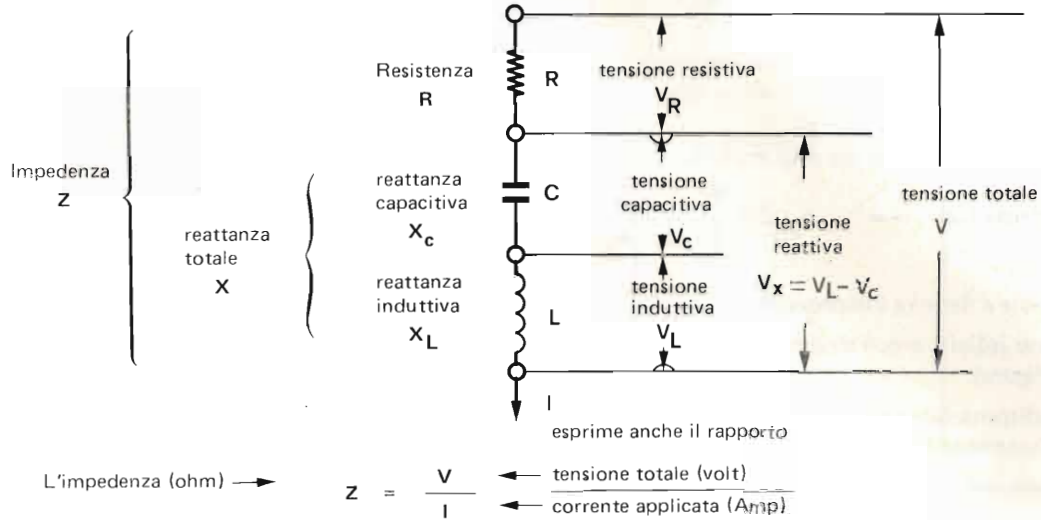
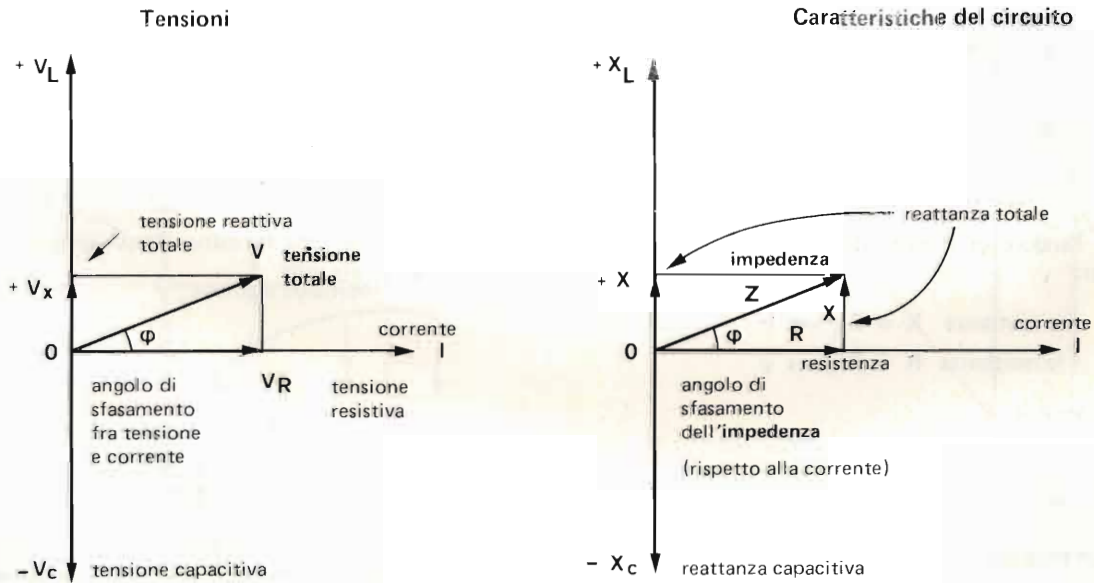
Esso sarà

$$C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

capacità **(farad)** — induttanza **(henry)** — pulsazione = $2\pi f$ **(rad/sec)**

DEFINIZIONE DI IMPEDENZA

Quando una resistenza si trova in serie ad una o più reattanze, si ottiene una impedenza

L'impedenza (ohm) → $Z = \frac{V}{I}$ ← tensione totale (volt) ← corrente applicata (Amp)

Rappresentazioni vettoriali

Definizione generale

Si chiama **impedenza** di un circuito il rapporto fra la tensione ai capi di un dispositivo o di un circuito e la corrente che lo $Z = \frac{V}{I}$

Questo valore non può da solo definire l'impedenza, se non è associato all'**angolo di sfasamento** fra tensione e corrente

$$\varphi = \text{arctg}\,\frac{V_x}{V_R} = \text{arctg}\,\frac{X}{R}$$

In altre parole, è l'angolo espresso dalla pendenza di un lato (impedenza) rispetto all'altro (corrente o resistenza) qui in orizzontale.

La pendenza è determinata dal rapporto $\text{tg}\,\varphi = \frac{V_x}{V_R}$ o dall'ugual rapporto $\text{tg}\,\varphi = \frac{X}{R}$

L'impedenza è anche l'inverso dell'ammettenza (vedi 13.65) $Z = \frac{1}{Y}$

ANGOLO DI SFASAMENTO E MODULO DELL'IMPEDENZA

Angolo di sfasamento

Come già visto, la definizione del solo modulo

Impedenza (Ω) → $Z = \frac{V}{I}$ ← tensione (V) / ← corrente (A)

non è sufficiente a definire l'impedenza.

Infatti, ci sono infiniti angoli di sfasamento cui compete lo stesso modulo (v. figura). →

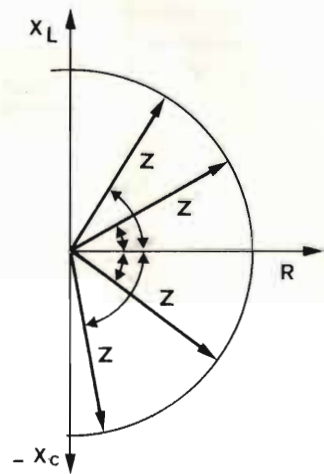
Pertanto è indispensabile che al valore del modulo sia associato l'angolo di sfasamento fra tensione e corrente.

Poichè l'impedenza consta di due grandezze vettoriali fra loro ortogonali:

la reattanza **X**

la resistenza **R**

l'angolo di sfasamento può essere determinato da una delle seguenti funzioni trigonometriche:

$$tg\ \varphi = \frac{X}{R} \qquad \cos \varphi = \frac{R}{Z} \qquad sen\ \varphi = \frac{X}{Z}$$

Modulo

Conoscendo l'angolo di sfasamento, si possono determinare le grandezze vettoriali che formano l'impedenza stessa. Infatti:

la reattanza $X = Z\ sen\ \varphi$

la resistenza $R = Z \cos \varphi$

Conoscendo inoltre

la reattanza **X**

la resistenza **R**

è possibile determinare il modulo della

impedenza **Z**

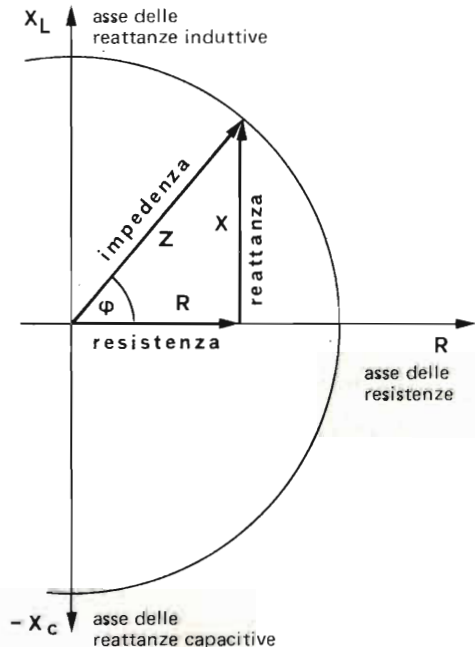
anche mediante il teorema di Pitagora

$$Z = \sqrt{X^2 + R^2}$$

In ogni caso è sufficiente conoscere due delle tre grandezze per determinare la terza.

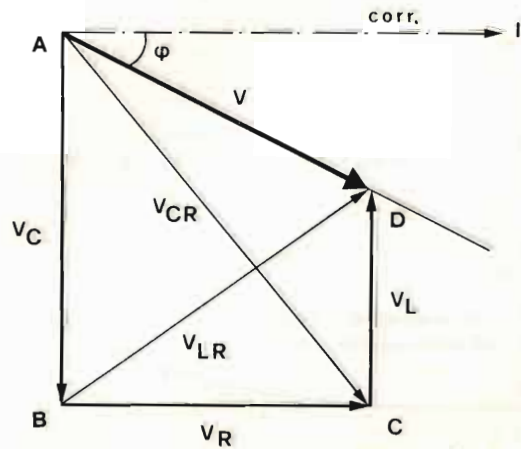
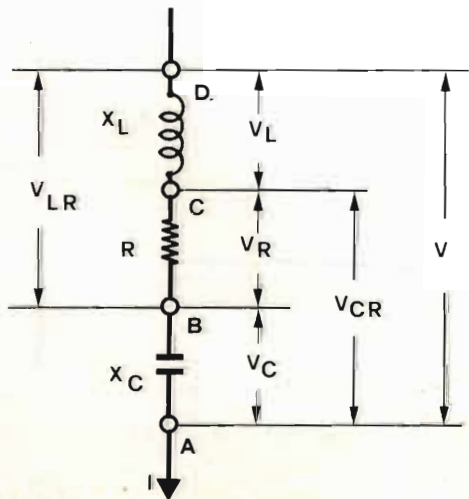
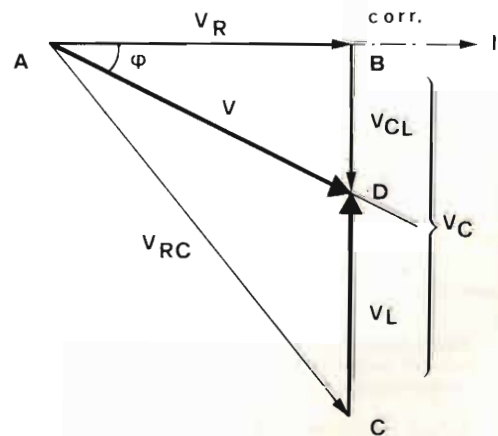
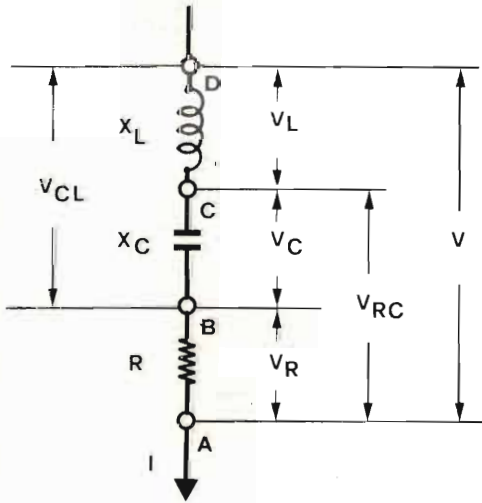
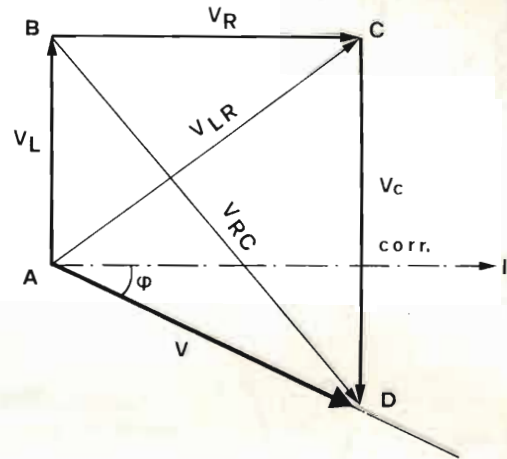
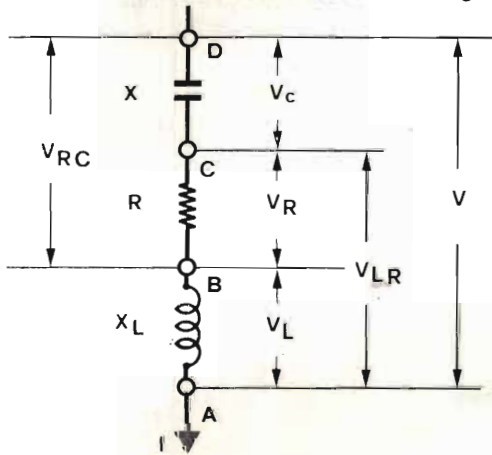
Infatti:

$$R = \sqrt{Z^2 - X^2}$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

COMPOSIZIONI CIRCUITALI E VETTORIALI DIVERSE

Le stesse costanti del circuito, disposte diversamente, possono dar luogo a svariate combinazioni che qui sono illustrate schematicamente e vettorialmente.

L'angolo di fase è quello che ciascun vettore forma con l'orizzontale che è stata presa come riferimento (correnti e resistenze).

N.B. - Le tensioni omologhe sono uguali in modulo e fase. Comunque si dispongono le componenti, purché messe in serie fra loro, ottengono la medesima risultante in modulo e fase.

RAPPRESENTAZIONE DEL VALORE DELLE TENSIONI IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA

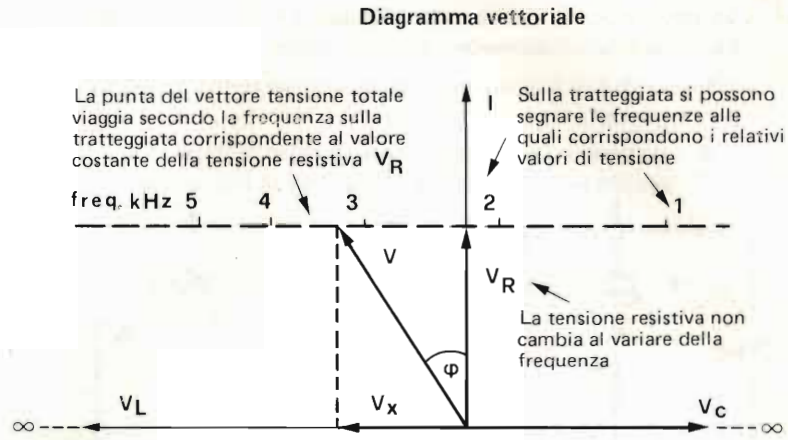
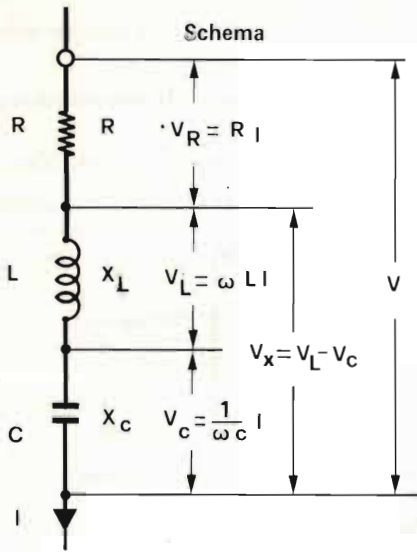



Diagramma dei moduli

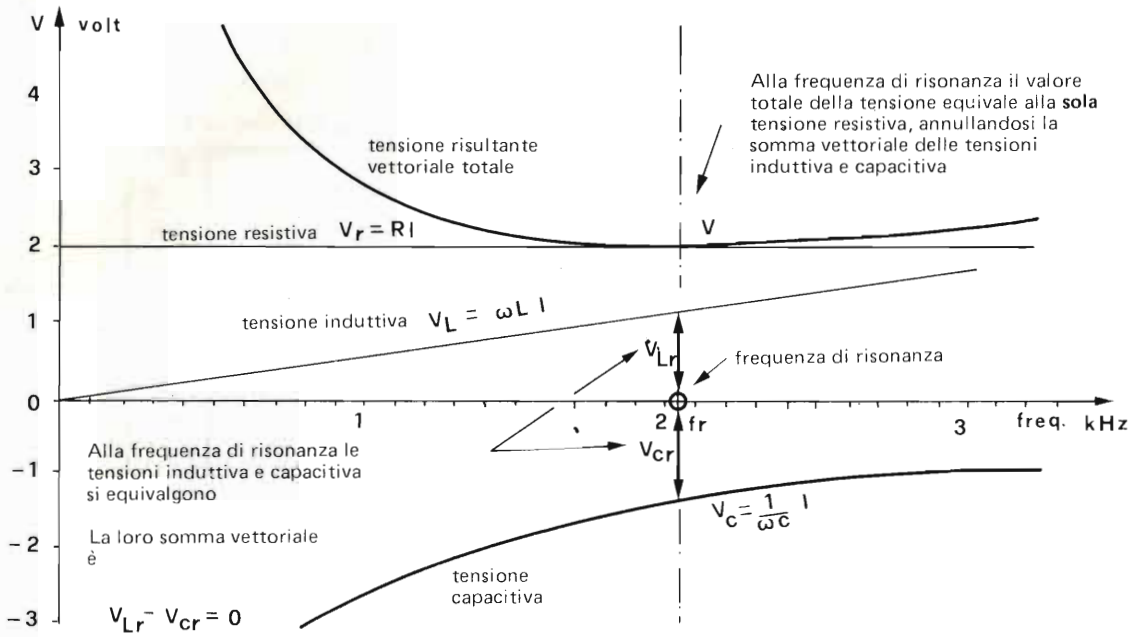
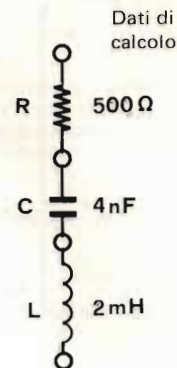



Diagramma dell'angolo di sfasamento φ

RAPPRESENTAZIONE VETTORIALE DELLE GRANDEZZE AL VARIARE DELLA FREQUENZA

TABULAZIONE DEI CALCOLI

Per chi, malgrado tutto, non fosse ancora avvezzo alla lettura di un diagramma, abbiamo calcolato e messo in tabella i risultati che si ottengono quando la frequenza varia da 0 a 100 kHz con parametri disposti come in figura e con i valori a fianco indicati (sono gli stessi della pagina precedente)

parametro			L	C		R	
valore	variabile		2 mH	4 nF		500 Ω	
grandezza	f	ω	X_L	X_C	X	Z	φ
elementi di calcolo	—	2πf	ωL	ωC	$X_L - X_C$	$\sqrt{R^2+R^2}$	arctg $\frac{X}{R}$
unità di misura	10^3 Hz	10^3 rad/sec	Ω	Ω	Ω	Ω	°
	0	0	0	∞	∞	∞	– 90°
	10	62.8	125.6	3980.9	–3856.9	3818.1	– 82°.6
	20	125.6	251.2	1990.4	–1739.2	1809.6	– 75°.8
	30	188.5	377	1326.3	– 949.3	1072.9	– 72°.2
	40	251.3	502.6	994.8	– 492.2	701.6	– 64°.5
	50	314.1	628.3	795.9	– 167.6	527.3	– 18°.5
condizioni di risonanza →	56.2	353.5	707.2	707.2	0	500	0°
	60	377.0	754	663.1	90.9	508.1	+ 10°.3
	70	439.8	879.6	568.4	311.2	588.9	+ 31°.8
	80	502.6	1005.2	497.4	507.8	712.6	+ 45°.4
	90	565.5	1131	442.1	688.9	851.2	+ 54°.02
	100	628.3	1256.6	397.9	858.7	993.6	+ 59°.7

Osservazioni Si noti in particolare

a frequenza f = O Hz la reattanza capacitiva **Xc** è infinita
la reattanza induttiva **XL** si annulla

alla frequenza f = 56,27 kHz le reattanze capacitiva **Xc** e induttiva **XL** sono uguali
la reattanza totale **X** si annulla
l'impedenza **Z** diventa uguale alle resistenze **R**
l'angolo di fase **y** si annulla

al crescere della frequenza f = la reattanza induttiva cresce
la reattanza capacitiva diminuisce
l'impedenza diminuisce fino al valore della resistenza (500Ω) condizioni di risonanza e poi riprende a crescere.

Paragrafo 13.6

CARATTERISTICHE A REGIME ALTERNATO

GRANDEZZE IN PARALLELO

Indice degli argomenti e delle pagine

PREMESSA SUL CONCETTO DI CONDUTTANZA

Abbiamo visto come correnti e tensioni possono variare mantenendosi proporzionali fra di loro quando interessano una conduttanza (10.22) al pari della resistenza che è però una grandezza tipica dei circuiti serie (10.51).

Abbiamo visto anche come questo concetto di rigida proporzionalità secondo il fattore G, che si chiama appunto conduttanza, coincida con il concetto di mantenimento in fase della tensione con la corrente quando si ha a che fare con fenomeni ciclici come sono le grandezze alternate (13.41).

D'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusione nei calcoli, quando diciamo **conduttanza** dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica **dei circuiti parallelo** in quanto al denominatore comune anche con le grandezze reattive che seguono (suscettanze), troviamo la tensione, grandezza pure comune agli elementi che si trovano in parallelo fra di loro.

Questa parola non è di uso così comune come il suo reciproco, la resistenza, che è una grandezza caratteristica dei circuiti serie (10.51).

Spesso il principiante non concepisce immediatamente la differenza concettuale e trova difficoltà nel fare i calcoli.

Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

Avvertenza

Buoni motivi con i neofiti ci suggeriscono di insistere che

- nelle disposizioni in serie si sommano le resistenze,
- nelle disposizioni in parallelo si sommano le conduttanze

e che

- una somma di resistenza dà una resistenza totale
- una somma di conduttanze dà una conduttanza totale.

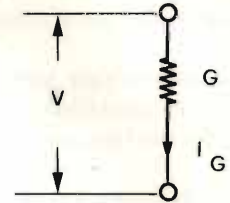
Resterà poi nella facoltà e nella convenienza dello studioso trasformare quest'ultima in resistenza calcolando il reciproco del valore.

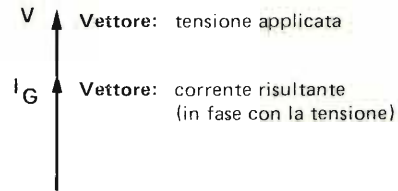
DEFINIZIONE DI CONDUTTANZA

Come abbiamo ripetutamente visto altrove, la conduttanza è determinata così:

conduttanza (S attivi) → $G = \frac{I_G}{V}$ ← corrente in fase risultante (Amp) / ← tensione applicata ai capi (volt)

Essa è anche l'inverso della resistenza (vedi 13.51-2)

(siemens) → $G = \frac{I}{R}$ ← (ohm)

Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la corrente risultante è in fase con la tensione, i due vettori risultano sovrapposti.

CONDUTTANZE IN PARALLELO

Conduttanza totale

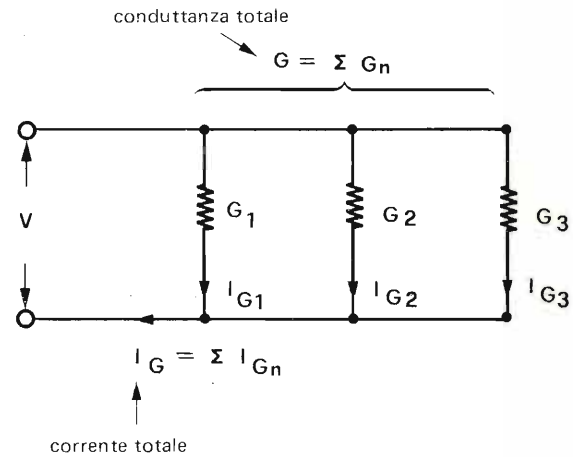
Il valore totale di due o più conduttanze in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole conduttanze.

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + ... + G_n$$

Corrente totale

Il valore della corrente totale di due o più conduttanze in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole correnti.

Anch'essa sarà in fase con la tensione, come le singole componenti.

$$I_G = I_{G_1} + I_{G_2} + I_{G_3} + ... + I_{G_n}$$

Rappresentazione vettoriale di conduttanze

Poichè le conduttanze in parallelo stanno fra loro come le rispettive correnti, esse possono essere rappresentate come le correnti stesse e in vari modi, purchè sempre parallele o sovrapposte alla direzione di riferimento del vettore tensione.

PREMESSE SUL CONCETTO DI SUSCETTANZA CAPACITIVA

In precedenza (13.42) abbiamo introdotto soltanto il concetto di reattanza capacitiva, grandezza tipica dei soli circuiti serie (13.52) più comunemente in uso.

Per poter sommare le medesime grandezze disposte in parallelo è indispensabile introdurre il concetto reciproco di suscettanza capacitiva.

Infatti, come gli elementi del circuito disposti in parallelo hanno in comune la tensione, così le grandezze che li rappresentano avranno a denominatore comune il valore di tale tensione.

Perciò, d'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusioni nei calcoli, quando diciamo **suscettanza capacitiva** dobbiamo pensare unicamente ad una grandezza caratteristica dei **circuiti parallelo.**

La suscettanza capacitiva ha per simbolo B_c e rispetta la seguente relazione con la reattanza capacitiva $B_c = \frac{1}{X_c}$

In questo modo si sono potuti assimilare alla legge di Ohm (10.22) per le conduttanze anche le grandezze suscettive a frequenza costante, purchè non si dimentichi il fenomeno fondamentale che vede nella suscettanza capacitiva la corrente sfasata di 90° in anticipo sulla tensione (13.42).

Constaterà il lettore comunque quanto la suscettanza capacitiva sia una grandezza meno consueta della reattanza capacitiva: ma non si lascerà più ingannare nei calcoli dalle dannose consuetudini se egli avrà chiari i concetti finora espressi.

Vogliamo inoltre avvertire che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza , che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

Avvertenza

Buoni motivi di esperienza con i neofiti ci suggeriscono di insistere che:

- nelle disposizioni in serie si sommano le reattanze capacitive
- nelle disposizioni in parallelo si sommano le suscettanze capacitive

e che

- una somma di reattanze capacitive dà in totale ancora una reattanza capacitiva
- una somma di suscettanze capacitive dà in totale ancora una suscettanza capacitiva

Resterà poi alla facoltà e alla convenienza dello studioso trasformare quest'ultima in reattanza capacitiva calcolando il reciproco del suo valore.

DEFINIZIONE DI SUSCETTANZA CAPACITIVA

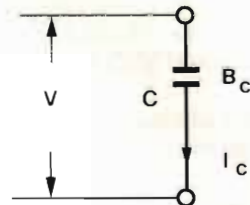
Come abbiamo visto anche altrove, la suscettanza capacitiva è determinata così:

suscettanza capacitiva (S reattivi) → $B_c = \frac{I_c}{V}$ ← corrente in anticipo di 90° rispetto alla tensione applicata alla capacità

Essa è anche l'inverso della reattanza capacitiva (vedi)

(ohm) $B_c = \frac{1}{X_c}$ (siemens)

Essa dipende anche dalla capacità e dalla frequenza

(ohm) $B_c = \omega\ C$ (farad) ($\omega = 2\pi f$)

Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la corrente risultante è in anticipo di 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad) rispetto alla tensione, la rappresentazione vettoriale è questa. →

(in anticipo di 90° rispetto alla tensione)

SUSCETTANZE CAPACITIVE IN PARALLELO

Suscettanza capacitiva totale.

Il valore totale di due o più suscettanze capacitive in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica del valore delle singole suscettanze capacitive.

$$B_c = B_{c_1} + B_{c_2} + B_{c_3} + \ldots + B_{c_n}$$

Corrente capacitiva totale

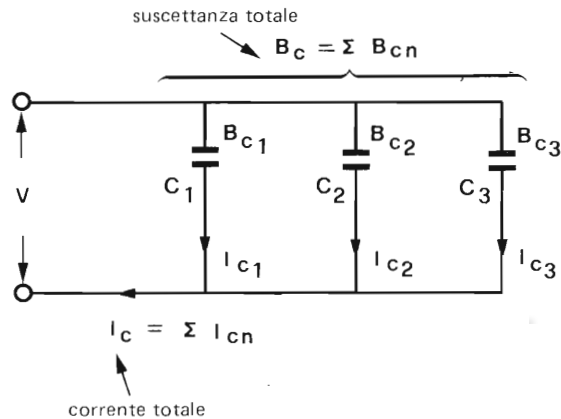
Il valore della corrente totale di due o più suscettanze capacitive in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole correnti capacitive.

Anch'essa sarà sfasata in anticipo di 90° rispetto alla tensione, come le componenti.

$$I_c = I_{c_1} + I_{c_2} + I_{c_3} + \ldots + I_{c_n}$$

suscettanza totale $B_c = \Sigma\ B_{cn}$

V; C_1, B_{c_1}, I_{c_1}; C_2, B_{c_2}, I_{c_2}; C_3, B_{c_3}, I_{c_3}

$I_c = \Sigma\ I_{cn}$ ← corrente totale

Rappresentazione vettoriale di più suscettanze capacitive

Poichè le suscettanze capacitive in parallelo stanno fra loro come le rispettive correnti, esse possono essere rappresentate come le correnti stesse e in vari modi, purchè sempre sfasate di 90° in anticipo rispetto alla direzione di riferimento del vettore tensione.

PREMESSE SUL CONCETTO DI SUSCETTANZA INDUTTIVA

In precedenza (13.43) abbiamo introdotto soltanto il concetto di reattanza induttiva, grandezza tipica dei soli circuiti serie (13.53) più comunemente in uso.

Per poter sommare le medesime grandezze disposte in parallelo è indispensabile introdurre il concetto reciproco di suscettanza induttiva.

Infatti, come gli elementi del circuito disposti in parallelo hanno in comune la tensione, così le grandezze che li rappresentano avranno a denominatore comune il valore di tale tensione.

Perciò, d'ora in poi, per ordinare bene le idee e per non fare confusione nei calcoli, quando diciamo **suscettanza induttiva** dobbiamo pensare ad una grandezza caratteristica dei **circuiti parallelo**.

La suscettanza induttiva ha per simbolo B_L e rispetta la seguente relazione con la reattanza induttiva.

$$B_L = \frac{1}{X_L}$$

In questo modo si sono potute assimilare alla legge di Ohm (10.22) per le conduttanze anche le grandezze suscettive a frequenza costante, purchè non si dimentichi il fenomeno fondamentale che vede nelle suscettanze induttive la corrente sfasata di 90° in ritardo rispetto alla tensione (13.43).

Constaterà il lettore comunque quanto la suscettanza induttiva sia una grandezza meno consueta della reattanza induttiva, ma non si lascerà più ingannare nei calcoli dalle dannose consuetudini, se avrà ben chiari i concetti finora esposti.

Vogliamo avvertire inoltre che la comprensione chiara dei concetti espressi in questo paragrafo e nei successivi eviterà anche di tenere inutilmente a memoria formule di secondaria importanza, che sono sempre derivate da poche espressioni fondamentali.

Avvertenza

Buoni motivi di esperienza con i neofiti ci suggeriscono di insistere che

nelle disposizioni in serie si sommano le reattanze induttive
nelle disposizioni in parallelo si sommano le suscettanze induttive

e che

una somma di reattanze induttive dà in totale ancora una reattanza induttiva
una somma di suscettanze induttive dà in totale ancora una suscettanza induttiva.

Resterà poi alla facoltà e alla convenienza dello studioso trasformare quest'ultimo in reattanza induttiva calcolando il reciproco del suo valore.

DEFINIZIONE DI SUSCETTANZA INDUTTIVA

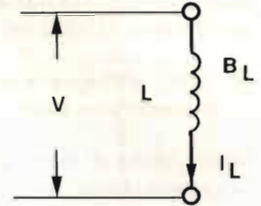
Come abbiamo visto anche altrove, la suscettanza induttiva è determinata così:

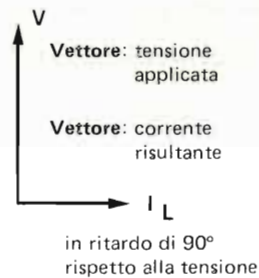
suscettanza induttiva (S reattivi) → $B_L = \frac{I_L}{V}$ ← corrente in ritardo di 90° rispetto alla ← tensione applicata alla induttanza

Essa è anche l'inverso della reattanza induttiva (vedi)

(ohm) $B_L = \frac{1}{X_L}$ (siemens)

Essa dipende anche dalla capacità e dalla frequenza

(ohm) $B_L = \frac{1}{\omega L}$ ← (henry), ω ← $(2\pi f)$

Rappresentazione vettoriale di tensione e corrente

Poichè la corrente risultante è in ritardo di 90° ($\frac{\pi}{2}$ rad) rispetto alla tensione, la rappresentazione vettoriale è questa →

SUSCETTANZE INDUTTIVE IN PARALLELO

Suscettanza induttiva totale

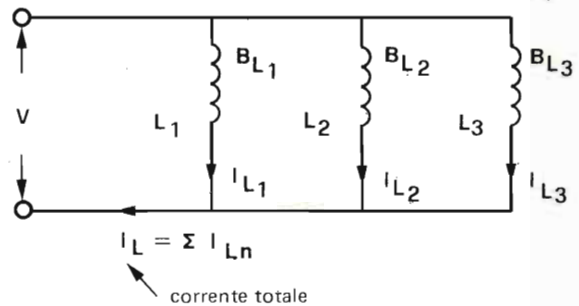
Il valore totale di due o più suscettanze induttive in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole suscettanze induttive.

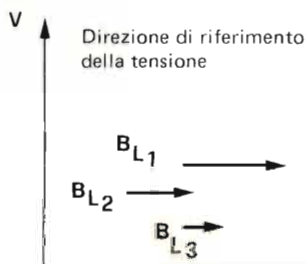
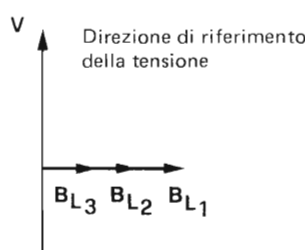
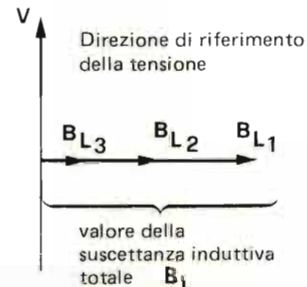
$$B_L = B_{L1} + B_{L2} + B_{L3} + \dots + B_{Ln}$$

Corrente induttiva totale

Il valore della corrente totale di due o più suscettanze induttive in parallelo, corrisponde alla somma aritmetica dei valori delle singole correnti capacitive.

Anch'essa sarà sfasata in ritardo di 90° rispetto alla tensione, come le componenti.

$$I_L = I_{L1} + I_{L2} + I_{L3} + \dots + I_{Ln}$$

Rappresentazione vettoriale di più suscettanze induttive

Poichè le suscettanze induttive in parallelo stanno fra loro come le rispettive correnti, esse possono essere rappresentate come le correnti stesse e in vari modi, purchè sempre sfasate di 90° in ritardo rispetto alla direzione di riferimento del vettore tensione.

SEGNO E SOMMA DI CORRENTI REATTIVE

Si abbiano, collegate in parallelo, una suscettanza induttiva ed una suscettanza capacitiva.

Esse sono alimentate dalla medesima tensione, mentre le rispettive correnti hanno, sfasamento di 90°, ciascuna da parte opposta, rispetto alla direzione della tensione stessa.

Ciò significa che i vettori delle due correnti sono allineati, ma hanno direzioni opposte.

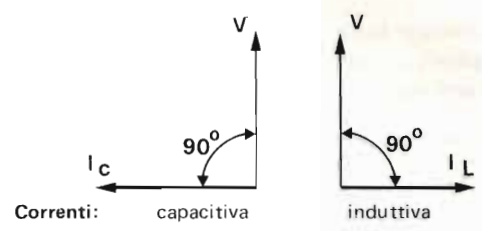
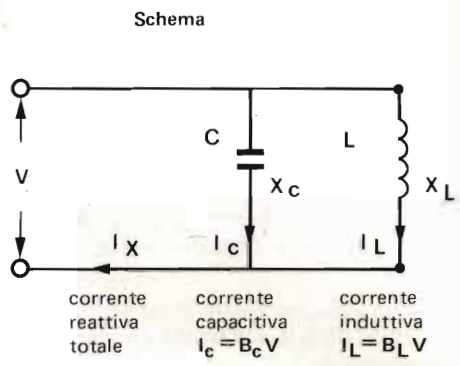
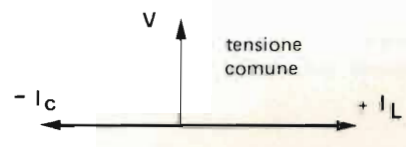
Pertanto, a ciascuna corrente si può attribuire un segno algebrico e quindi la somma di due correnti in opposizione di fase sarà algebrica.

Schema

V C X_C L X_L I_X I_C I_L

corrente reattiva totale | corrente capacitiva $I_c = B_c V$ | corrente induttiva $I_L = B_L V$

Abitualmente si attribuisce

—) il segno negativo alla corrente induttiva
+) il segno positivo alla corrente capacitiva.

La rappresentazione vettoriale delle due correnti, rispetto alla tensione, può essere sintetizzata in questo modo.

Molti autori preferiscono disegnare in orizzontale la direzione della tensione di riferimento e in questo modo ci uniformeremo nel grafico seguente.

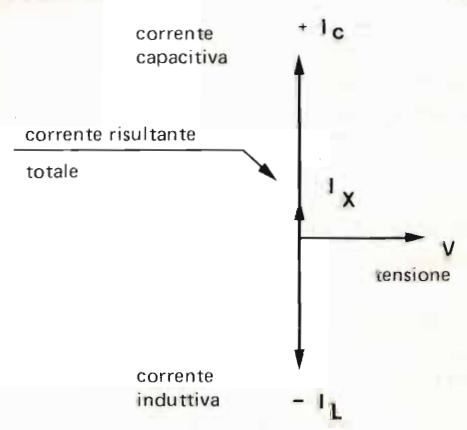
Rappresentazione vettoriale della corrente reattiva totale

La somma algebrica delle due correnti che, in modulo, equivale alla loro differenza, corrisponde al valore della corrente totale.

Questa corrente reattiva risultante, sarà di tipo capacitivo o induttivo (cioè positivo o negativo), a seconda di quale delle due grandezze prevale.

Nell'esempio qui a fianco prevale la tensione capacitiva.

Algebricamente l'espressione è la seguente

$$I_X = I_C - I_L$$

SEGNO E SOMMA DI SUSCETTANZE

Poichè, come abbiamo già visto, anche le suscettanze sono grandezze vettoriali con angolo di fase relativo ad una grandezza comune (la tensione), esse possono sommarsi vettorialmente come le rispettive correnti.

Schema

Perciò, anche i vettori che rappresentano

la suscettanza capacitiva e
la suscettanza induttiva

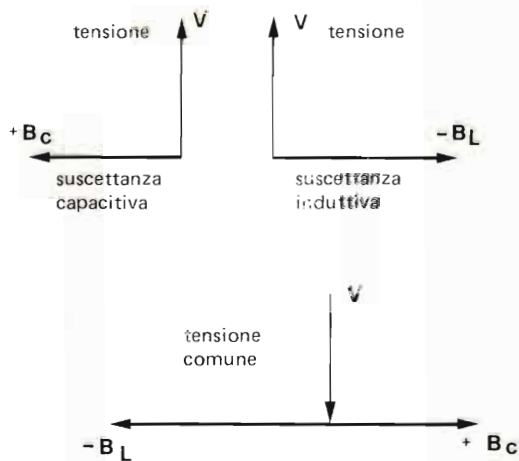
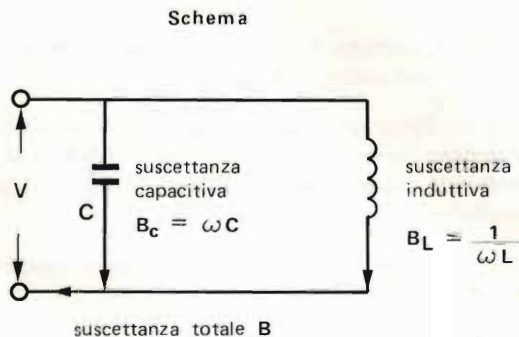
saranno rappresentati da parti opposte sfasati di 90° (in anticipo e in ritardo) rispetto alla direzione del vettore che rappresenta la tensione.

Ciò significa che i vettori delle due suscettanze sono allineati ma hanno direzioni opposte.

Pertanto, a ciascuna suscettanza si può attribuire un segno algebrico e quindi la somma di due suscettanze in opposizione di fase sarà algebrica.

Abitualmente si attribuisce

–) il segno negativo alla suscettanza induttiva
+) il segno positivo alla suscettanza capacitiva.

La rappresentazione vettoriale delle due suscettanze, rispetto alla tensione, può essere sintetizzata in questo modo

Molti autori preferiscono disegnare in orizzontale la direzione della tensione di riferimento e nel grafico seguente ci uniformeremo senz'altro.

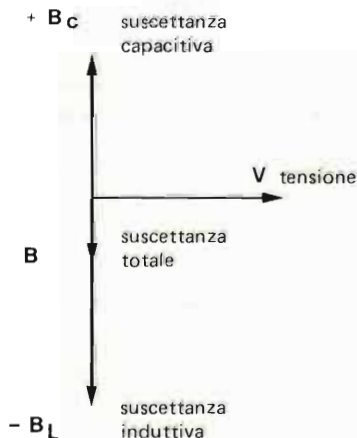
Rappresentazione vettoriale della suscettanza totale

La somma algebrica delle due suscettanze che, in modulo, equivale alla loro differenza, corrisponde al valore della suscettanza totale.

Questa suscettanza totale sarà di tipo capacitivo o induttivo (cioè positiva o negativa), a seconda di quale delle due grandezze prevale.

Nell'esempio qui a fianco prevale la suscettanza induttiva.

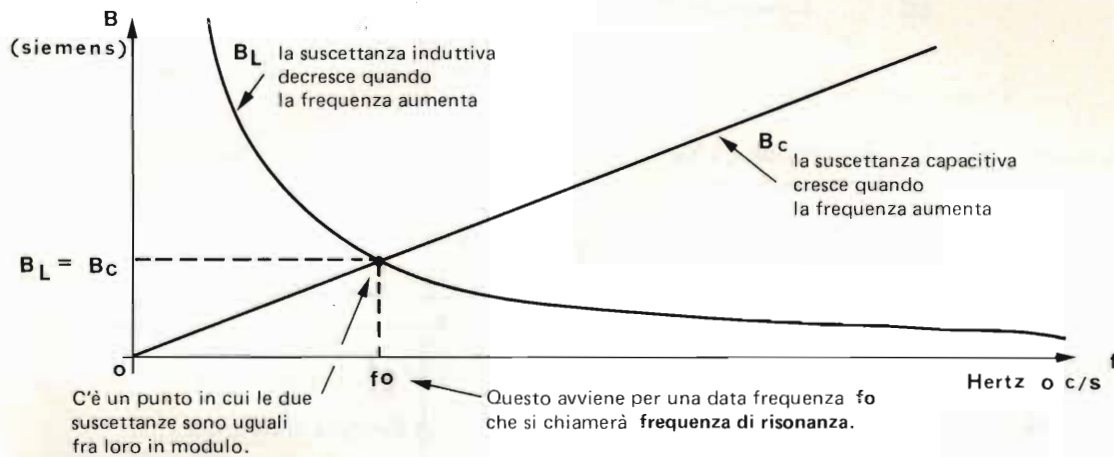
Algebricamente l'espressione è la seguente

$$B = B_C - B_L$$

SOMMA NULLA DI SUSCETTANZE – RISONANZA

Abbiamo visto quanto segue, in valore assoluto

suscettanza capacitiva **(siemens)** → $B_C = \omega C$ ← capacità **(farad)**; ω ← posizione $= 2\pi f$ **(rad/s)**

suscettanza induttiva **(siemens)** → $B_L = \dfrac{1}{\omega L}$ ← induttanza **(henry)**; ω ← pulsazione $= 2\pi f$ **(rad/s)**

Rappresentiamo graficamente i valori delle due suscettanze in funzione della frequenza (valori assoluti).

Anche se uguali fra loro in modulo, le due suscettanze hanno vettorialmente direzioni opposte; cioè le correnti che si sommano al nodo, sono in opposizione di fase fra loro.

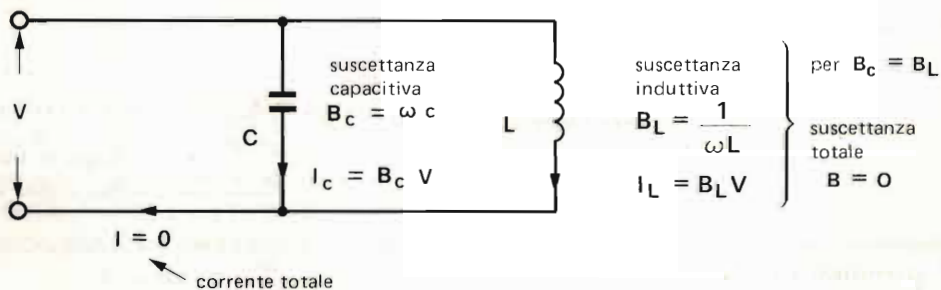
La somma di due siffatte suscettanze è uguale a zero, così come è uguale a zero in ogni istante la somma delle correnti.

Vediamo il significato di tutto questo.

V — C — L

suscettanza capacitiva $B_C = \omega C$; $I_C = B_C V$

suscettanza induttiva $B_L = \dfrac{1}{\omega L}$; $I_L = B_L V$

per $B_C = B_L$ suscettanza totale $B = 0$

$I = 0$ ← corrente totale

Nota: La corrente totale è uguale a zero anche se c'è tensione nel circuito, mentre le due correnti capacitiva e induttiva hanno un valore ben definito.

Ciò significa che l'induttanza e la capacità si scambiano reciprocamente la loro energia al ritmo della frequenza relativa alla tensione di alimentazione senza richiamare altra energia dal generatore.

FREQUENZA DI RISONANZA

Conoscendo la capacità **C (farad)** e l'induttanza **L (henry)**, è possibile determinare per quale frequenza **f (hertz)** il circuito parallelo, comprendente le due grandezze, entra in risonanza.

Essendo

la suscettanza capacitiva $B_C = \omega C$

la suscettanza induttiva $B_L = \frac{1}{\omega L}$

l'uguaglianza $B_C = B_L$ delle suscettanze porta all'uguaglianza corrispondente

$$\omega C = \frac{1}{\omega L}$$

Sviluppando si ha

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$ da cui $$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ω: pulsazione di risonanza **(rad/sec)**; C: capacità **(farad)**; L: induttanza **(henry)**

Essendo inoltre $\omega = 2\pi f$ e sostituendo, si ha

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

f: frequenza di risonanza **(in hertz o cicli/sec)**; C: capacità **(farad)**; L: induttanza **(henry)**

Questa relazione è indentica a quella descritta per il circuito serie (vedi. 13.74-1).

Ciò significa che le due grandezze risuonano sia se collegate in serie, sia se collegate in parallelo.

Altri problemi

Lo sviluppo della relazione tra frequenza, capacità e induttanza, permette la soluzione di altri analoghi problemi.

a) Conoscendo la capacità **C (farad)** e la frequenza **f (hertz)**, si può calcolare il valore della induttanza parallelo, che manda in risonanza il circuito stesso.

Essa sarà

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

L: induttanza **(henry)**; C: capacità **(farad)**; ω: pulsazione $= 2\pi f$ **(rad/sec)**

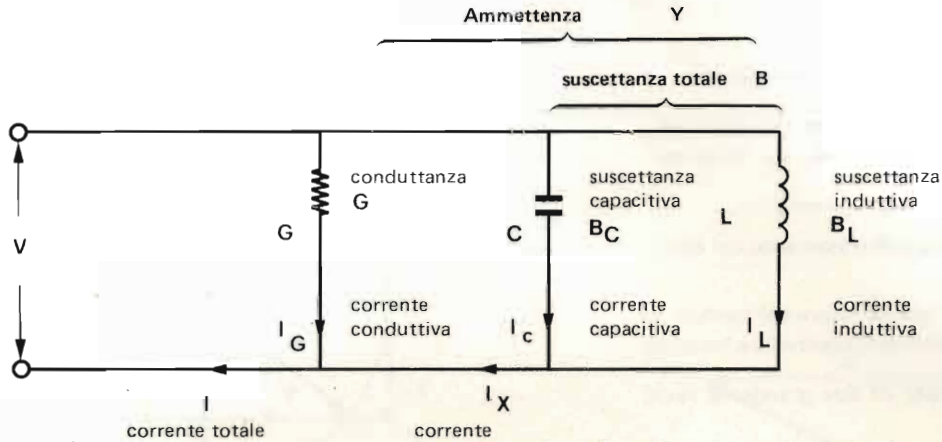
b) Conoscendo l'induttanza **L (henry)** e la frequenza **f (hertz)**, si può calacolare il valore della capacità parallelo, che manda in risonanza il circuito stesso.

Essa sarà

$$C = \frac{1}{\omega^2 L}$$

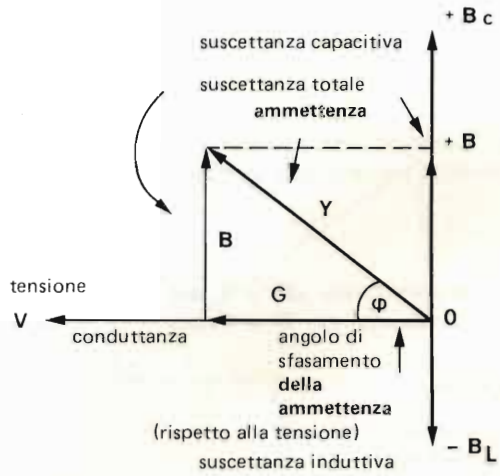
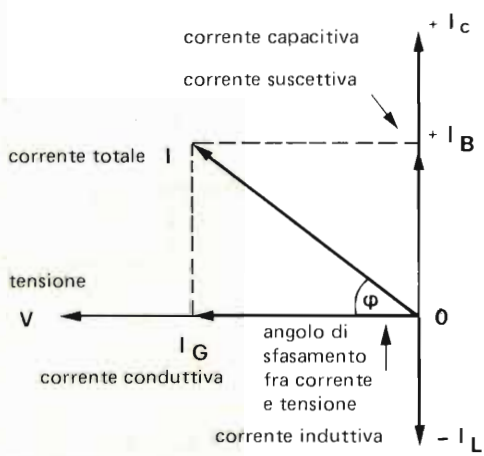
C: capacità **(farad)**; L: induttanza **(henry)**; ω: pulsazione $= 2\pi f$ **(rad/sec)**

DEFINIZIONE DI AMMETTENZA

Quando una conduttanza si trova in parallelo ad una o più suscettanze, si ottiene una ammettenza.

$I_X = I_C - I_L$ esprime anche il rapporto

L'ammettenza **(siemens)** ⟶ $Y = \frac{I}{V}$ ⟵ corrente totale (Amp) / ⟵ tensione applicata (Volt)

RAPPRESENTAZIONI VETTORIALI

Correnti

Definizione generale

Si chiama **ammettenza** di un circuito il rapporto fra la corrente che lo attraversa e la tensione ai suoi capi.

Questo valore non può da solo definire l'ammettenza, se non è associato all'**angolo di sfasamento** fra corrente e tensione.

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{I_B}{I_G} = \text{arc tg} \frac{B}{G}$$

In altre parole, è l'angolo espresso dalla pendenza di un lato (ammettenza) rispetto all'altro (tensione o conduttanza) qui in orizzontale.

La pendenza è determinata dal rapporto $\text{tg}\,\varphi = \frac{I_B}{I_G}$ o dall'ugual rapporto $\text{tg}\,\varphi = \frac{B}{G}$

L'ammettenza è anche l'inverso dell'impedenza (vedi. 13.55-1). $Y = \frac{1}{Z}$

ANGOLO DI SFASAMENTO E MODULO DELL'AMMETTENZA

Angolo di sfasamento

Come già visto, la definizione del solo modulo

ammettenza $Y = \frac{I}{V}$ ← corrente / ← tensione

non è sufficiente a definire l'ammettenza.

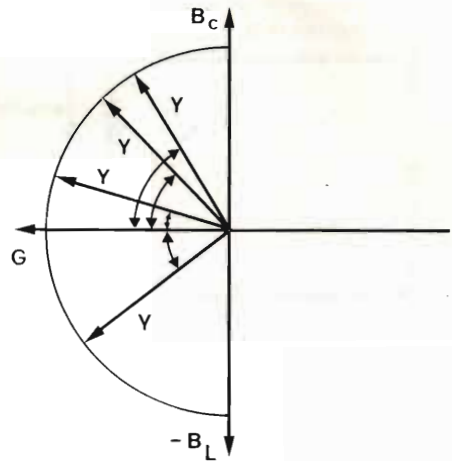
Infatti, ci sono infiniti angoli di sfasamento cui compete lo stesso modulo.

Pertanto è indispensabile che al valore del modulo sia associato l'angolo di sfasamento fra corrente e tensione.

Poichè l'ammettenza consta di due grandezze vettoriali, fra loro ortogonali:

la suscettanza **B**
la conduttanza **G**

l'angolo di sfasamento può essere determinato da una delle seguenti funzioni trigonometriche:

$$\text{tg}\,\varphi = \frac{B}{G} \qquad \cos\varphi = \frac{G}{Y} \qquad \text{sen}\,\varphi = \frac{B}{Y}$$

Modulo

Conoscendo l'angolo di sfasamento, si possono determinare le grandezze vettoriali che formano l'impedenza stessa.

Infatti:

la suscettanza $B = Y \,\text{sen}\,\varphi$
la conduttanza $G = Y \cos\varphi$

Conoscendo inoltre

la suscettanza **B**
e la conduttanza **G**

è possibile determinare il modulo

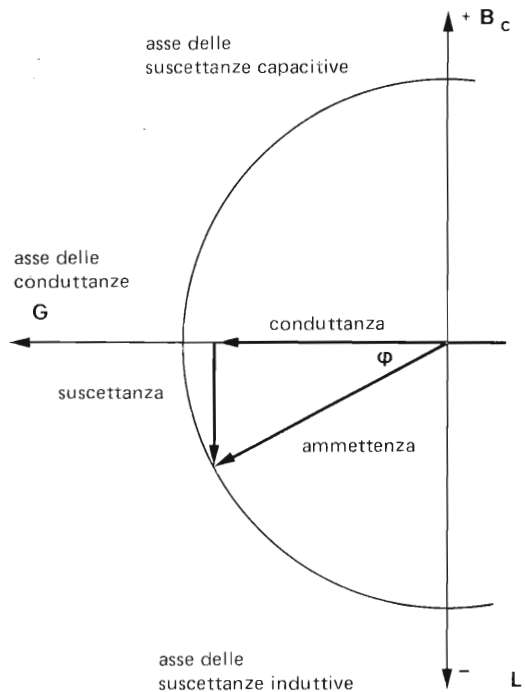
della ammettenza **Y**

anche mediante il teorema di Pitagora

$$Y = \sqrt{B^2 + G^2}$$

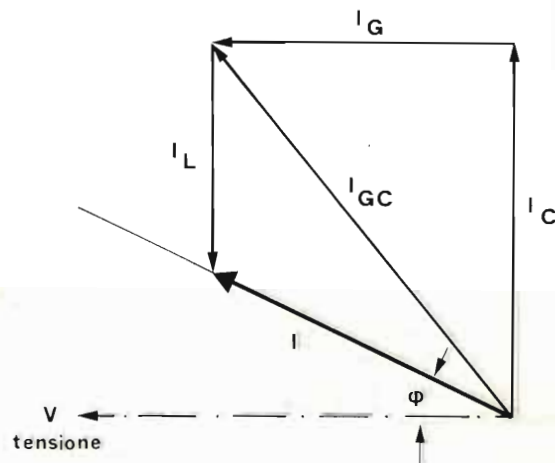
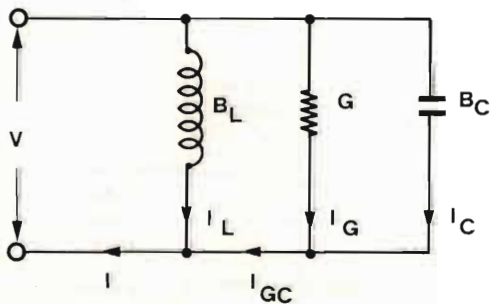
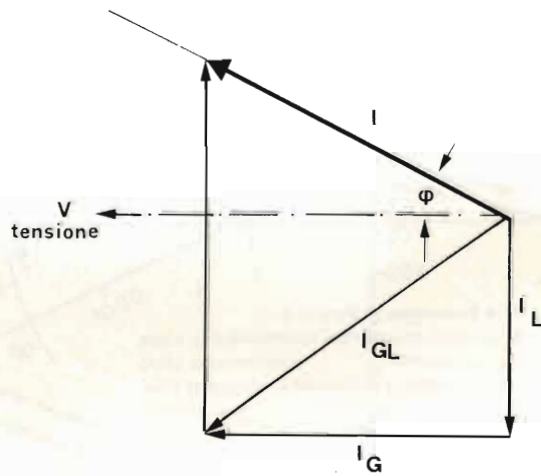
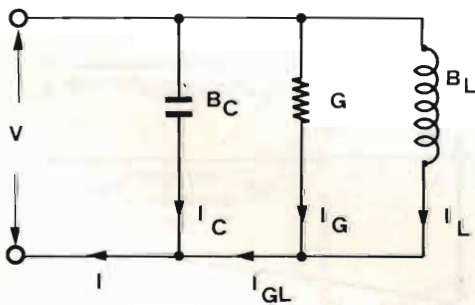
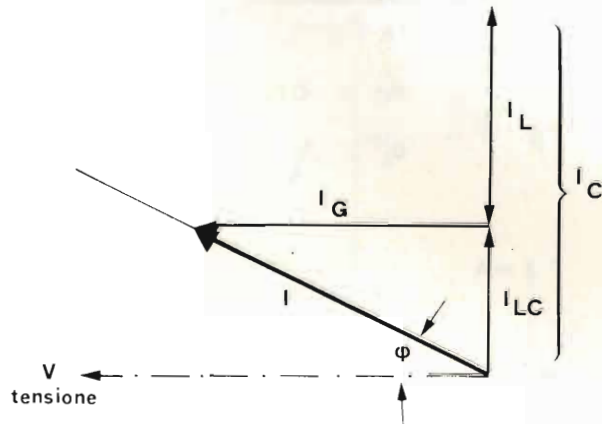
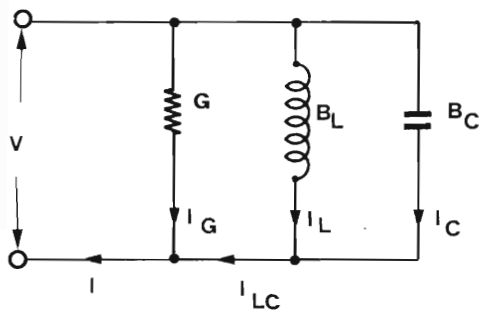
In ogni caso è sufficiente conoscere due delle tre grandezze per determinare la terza

$$G = \sqrt{Y^2 - B^2}$$

$$B = \sqrt{Y^2 - G^2}$$

COMPOSIZIONI CIRCUITALI E VETTORIALI DIVERSE

Le stesse costanti del circuito, disposte diversamente, possono dar luogo a svariate combinazioni che qui sono illustrate schematicamente e vettorialmente.

L'angolo di fase è quello che ciascun vettore forma con l'orizzontale che è stata presa come riferimento (tensioni e conduttanze).

N.B. – Le correnti omologhe sono uguali in modulo e fase o in altre parole comunque si dispongano le componenti, purchè sempre in parallelo fra loro, danno sempre la medesima risultante, in modulo e fase.

RAPPRESENTAZIONE DEL VALORE DELLE CORRENTI IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA

Schema

tensione V ampiezza costante frequenza variabile

$I_B = I_C - I_L$

$G = \frac{1}{R}$

$B_C = C$

$B_L = \frac{1}{L}$

Diagramma vettoriale

La punta del vettore corrente totale viaggia, secondo la frequenza, sulla tratteggiata corrispondente al valore costante della corrente resistiva

Sulla tratteggiata si possono segnare le frequenze alle quali corrispondono i relativi valori di corrente

freq kHz 3 2,5 2 1,5

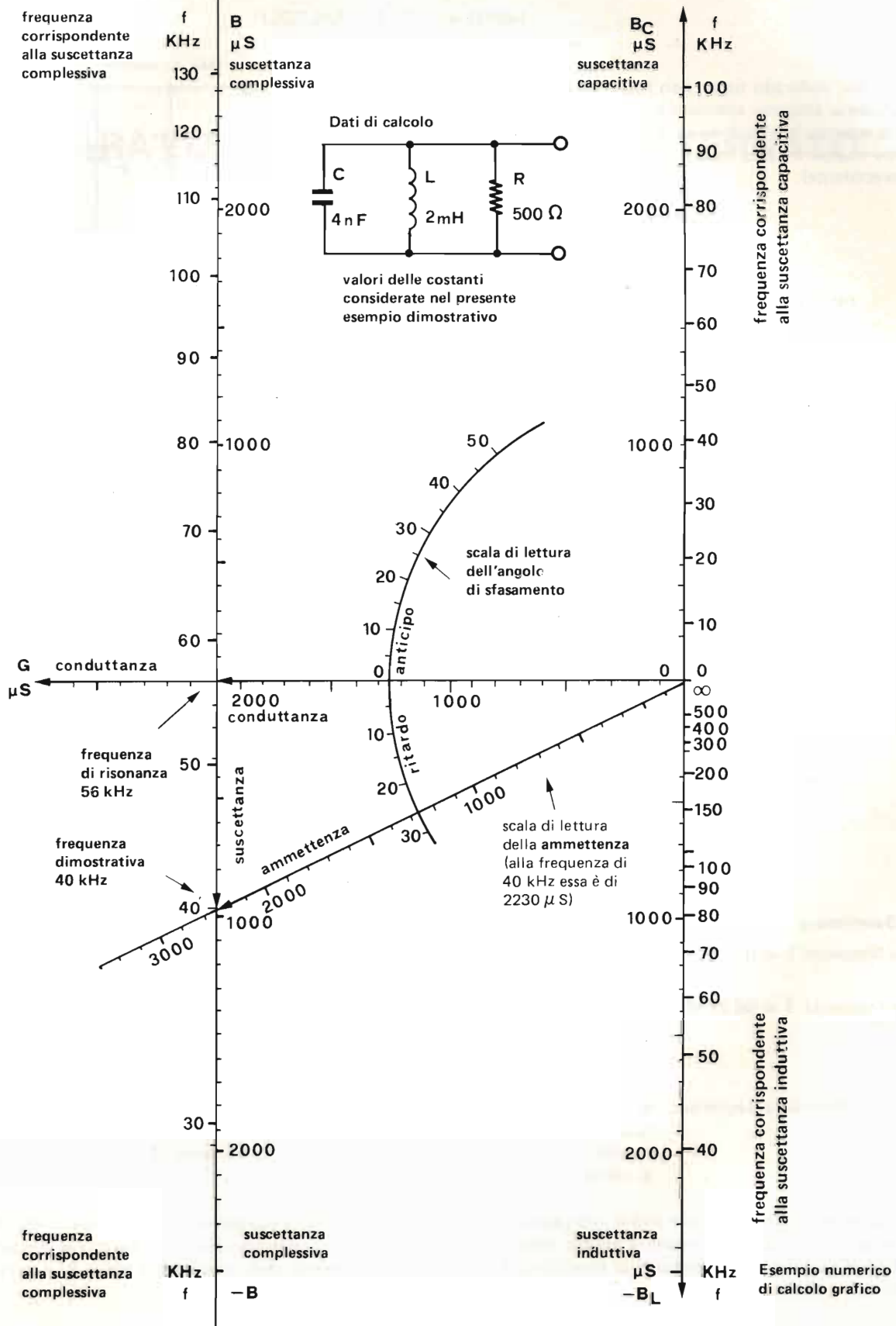
$I_G = GV$

$I_C = \omega CV$

I_B

$I_L = \frac{1}{\omega L} V$

Diagramma modulare

RAPPRESENTAZIONE VETTORIALE DELLE GRANDEZZE AL VARIARE DELLA FREQUENZA

TABULAZIONE DEI CALCOLI

Per chi, malgrado tutto, non fosse ancora avvezzo alla lettura di un diagramma, abbiamo calcolato e messo in tabella i risultati che si ottengono quando la frequenza varia da 0 a 100 kHz con parametri disposti come in figura e con i valori a fianco indicati (sono gli stessi della pagina precedente).

parametri			L	C		$G = \frac{1}{R}$		
valori	variabile		2 mH	4 nF		2 mS		
grandezze	f	ω	BL	Bc	B	Y	φ	Z
elementi di calcolo	—	$2\pi f$	$\frac{1}{\omega L}$	ωC	$X_C - X_L$	$\sqrt{G^2+B^2}$	arc tg $\frac{B}{G}$	$\frac{1}{Y}$
unità di misura	kHz	10^3rad/sec	mS	mS	mS	mS	°	Ω
	0	0	∞	0	∞	∞	—	0
	10	62.8	7.95	0.25	– 7.7	7.95	75°.8	125
	20	125.6	3.97	0.50	– 3.47	4.01	60°.0	249
	30	188.5	2.65	0.75	– 1.9	2.75	43°.5	362
	40	251.3	1.98	1.01	– 0.96	2.22	25°.6	450
	50	314.1	1.59	1.26	– 0.33	2.02	9°.3	493
condizioni di risonanza	56.2	363.5	1.41	1.41	0.	2.00	0°.	500
	60	377.0	1.32	1.51	0.18	2.01	5°.1	493
	70	439.8	1.13	1.76	0.63	2.09	17°.5	476
	80	502.6	0.95	2.01	1.06	2.26	27°.9	441
	90	565.5	0.88	2.26	1.38	2.43	34°.6	411
	100	628.3	0.79	2.51	1.72	2.64	40°.7	379

impedenza equivalente (colonna Z)

Osservazioni: Si noti in particolare e si confronti con 13.55-6.

a frequenza **f** = 0 Hz — la suscettanza capacitiva **Bc** si annulla; la suscettanza **Bl** è infinità

a frequenza **f** = 56.27 kHz — le suscettanze capacitiva **Bc** e induttiva **Bl** sono uguali; la suscettanza **B** si annulla; l'ammettenza **Y** diventa uguale alla conduttanza **G**; l'angolo di fase si annulla

Al crescere della frequenza — la suscettanza induttiva diminuisce; la suscettanza capacitiva cresce; l'ammettenza diminuisce fino al valore della conduttanza (**2 mS**) (in condizioni di risonanza) e poi riprende a crescere.

Abbiamo voluto aggiungere anche i corrispondenti valori della impedenza equivalente per mostrare, come, in paragone a 13.55-6, l'impedenza assume valori inferiori (infatti qui le grandezze sono in parallelo) per crescere fino al valore della resistenza **R** in condizioni di risonanza (annullamento della suscettanza totale **B**) e poi riprende a diminuire.

Paragrafo 13.7

CARATTERISTICHE A REGIME ALTERNATO

EQUIVALENZE SERIE PARALLELO

Indice degli argomenti e delle pagine

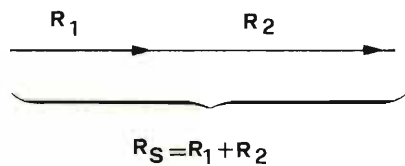
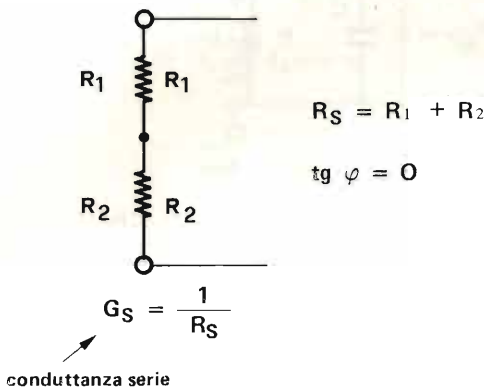
DUE RESISTENZE

Le stesse resistenze, quando sono collegate in serie, non presentano la medesima resistenza globale che si ottiene quando sono collegate in parallelo, come è facile immaginare.

Ovviamente, sia la resistenza globale serie, che la resistenza equivalente parallelo, hanno sempre le dimensioni di una resistenza, quindi non creano alcuno sfasamento fra tensione e corrente.

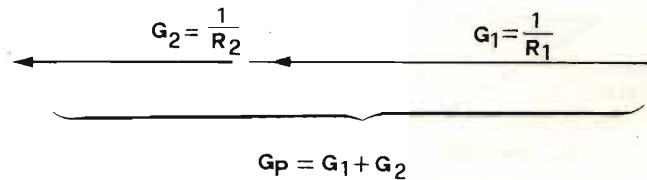
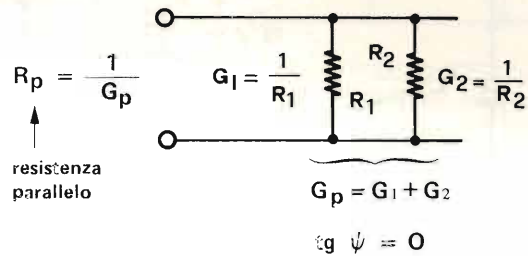
Cioè l'angolo di fase $\varphi = 0$

DISPOSIZIONE SERIE

Nella disposizione serie si sommano le resistenze (13.51).

DISPOSIZIONE PARALLELO

Nella disposizione parallelo si somma le conduttanze (13.61).

$G_2 = \frac{1}{R_2}$ $G_1 = \frac{1}{R_1}$

$G_p = G_1 + G_2$

Per fare un confronto più diretto dei moduli che rappresentano la resistenza globale serie **Rs** e la resistenza equivalente parallelo **Rp**, trasformiamo la **Rp** in modo che compaiano le stesse grandezze che si trovano in **Rs**.

Cioè

$$Rs = R_1 + R_2$$

resistenza globale serie

$$Rp = \frac{1}{Gp} = \frac{1}{G_1 + G_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} \quad \frac{1}{R_2}} =$$

$$Rp = \frac{R_1 \quad R_2}{R_1 + R_2}$$

resistenza equivalente parallelo

Confrontare come, per quanti sforzi si faccia, i due valori non potranno mai essere uguali.

RESISTENZA E CAPACITA'

Le stesse costanti del circuito, quando sono collegate in serie, non solo non presentano la medesima impedenza che si ottiene quando sono collegate in parallelo, come è facile immaginare, ma non presentano nemmeno il medesimo angolo di sfasamento fra tensione e corrente.

Dimostreremo che la tangente trigonometrica dell'angolo di fase serie è reciproca della tangente trigonometrica dell'angolo di fase parallelo.

DISPOSIZIONE SERIE

Nella disposizione serie la resistenza si somma vettorialmente con la reattanza capacitiva per dare una impedenza (13.55).

DISPOSIZIONE PARALLELO

Nella disposizione parallelo la conduttanza si somma vettorialmente con la suscettanza capacitiva per dare una ammettenza (13.65).

Per fare un confronto più diretto dei moduli, ripetiamo le rispettive espressioni e trasformiamo la **Zp** in modo che compaiano le stesse grandezze che si trovano in **Zs**.

Cioè

RESISTENZA E INDUTTANZA

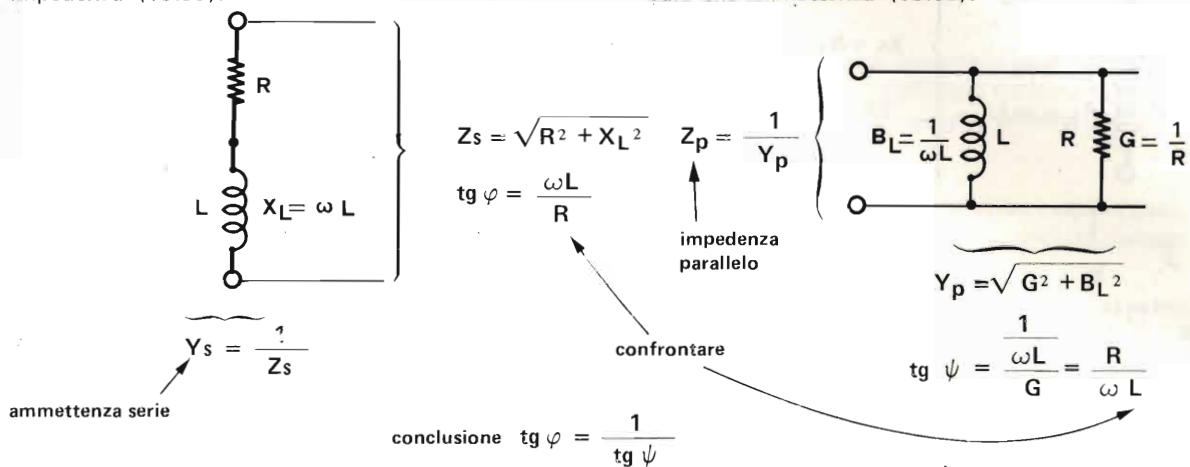
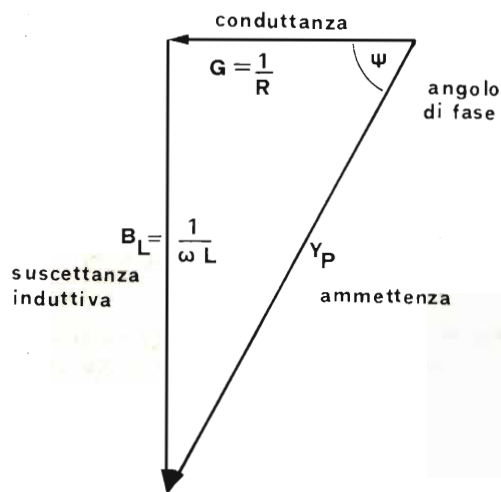
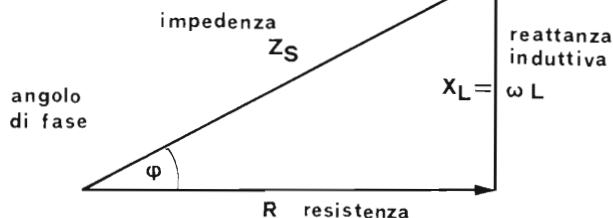
Le stesse costanti del circuito, quando sono collegate in serie, non solo non presentano la medesima impedenza che si ottiene quando sono collegate in parallelo, come è facile immaginare, ma non presentano nemmeno il medesimo angolo di sfasamento fra tensione e corrente.

Dimostreremo che la tangente trigonometrica dell'angolo di sfasamento serie è reciproca della tangente trigonometrica dell'angolo di fase parallelo.

DISPOSIZIONE SERIE

Nella disposizione serie la resistenza si somma vettorialmente con la reattanza induttiva per dare una impedenza (13.55).

DISPOSIZIONE PARALLELO

Nella disposizione parallelo la conduttanza si somma vettorialmente con la suscettanza induttiva per dare una ammettenza (13.65).

unità di misura ohm (Ω)

conduttanza

$G = \frac{1}{R}$

ψ

angolo di fase

$B_L = \frac{1}{\omega L}$

suscettanza induttiva

Y_P

ammettenza

Per fare un confronto più diretto dei moduli, ripetiamo le rispettive espressioni e trasformiamo la **Zp** in modo che compaiano le stesse costanti che si trovano in **Zs**.

Cioè

$$Z_p = \frac{1}{Y_p} = \frac{1}{\sqrt{G^2 + B_L^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{R^2} \quad \frac{1}{X_L^2}}} = \sqrt{\frac{R^2 X_L^2}{R^2 + X_L^2}}$$

Confrontare come, per quanti sforzi si faccia, i due valori non potranno mai essere uguali

Era ovvio, ma queste cose è sempre meglio metterle bene in chiaro.

Nessuno mette in dubbio infatti che due resistenze collegate in serie o collegate in parallelo, presentano due valori globali ben diversi.

CAPACITA' E INDUTTANZA

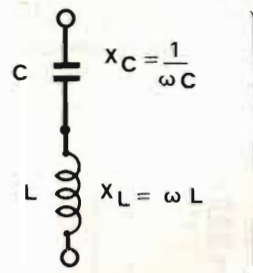
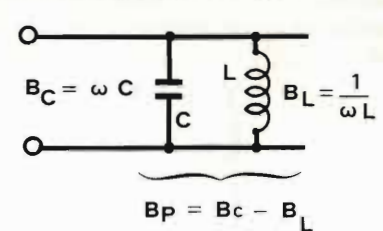
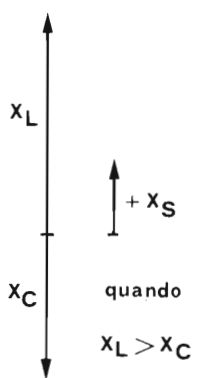
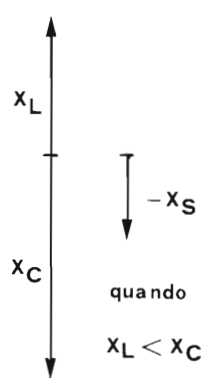
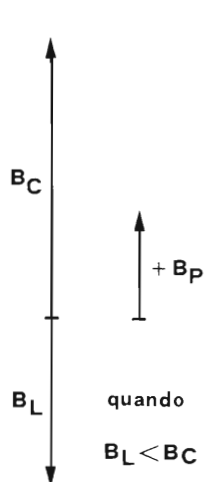
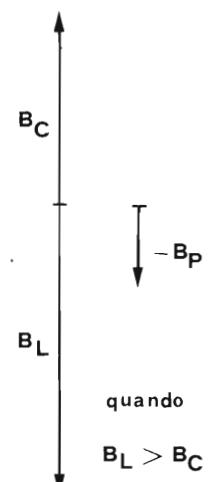
Le stesse costanti reattive del circuito, quando sono collegate in serie, non presentano la stessa reattanza globale che si ottiene quando sono collegate in parallelo, come è facile immaginare.

Ovviamente, sia la reattanza globale serie, che la reattanza equivalente parallelo, hanno sempre le dimensioni di una resistenza, e perciò mantengono lo sfasamento di 90° ($\frac{\pi}{2}$ **rad**) fra tensione e corrente.

DISPOSIZIONE SERIE

Nella disposizione serie la differenza fra le reattanze capacitiva e induttiva da una reattanza simile a quella che prevale (13.54-2).

DISPOSIZIONE PARALLELO

Nella disposizione parallelo la differenza fra le suscettanze capacitiva e induttiva da una suscettanza simile a quella che prevale (13.64-2)

Per fare un confronto diretto dei moduli che rappresentano la reattanza globale serie **Xs** e la reattanza equivalente parallelo **Xp**, trasformiamo la **Xp** in modo che vi compaiano le stesse grandezze che si trovano in **Xs**.

Cioè

$$Xs = X_L - Xc$$

reattanza globale serie

$$Xp = \frac{1}{Bp} = \frac{1}{Bc - B_L} = \frac{1}{\frac{1}{Xc} - \frac{1}{X_L}} =$$

$$Xp = \frac{Xc - X_L}{X_L - Xc}$$

reattanza globale parallelo

Caso particolare: **Risonanza**

Si ottiene quando $X_L = Xc$

In questo caso il circuito risuona sia collegato in serie che in parallelo, ma con la seguente differenza:

- con il collegamento in serie presenta reattanza **Xs** = **O** (suscettanza **Bs** = ∞)
- con il collegamento in parallelo presenta reattanza **Xp** = ∞ (suscettanza **Bs** = **O**)

PREMESSE SULL'ARGOMENTO

Incominciamo a tirare le somme per un momento sullo svolgimento degli argomenti precedenti.

Nei paragrafi precedenti abbiamo imparato a calcolare il valore corrispondente all'insieme delle grandezze disposte in serie e di grandezze disposte in parallelo.

Nel paragrafo precedente, ci siamo limitati a fare dei confronti fra il valore risultante di grandezze disposte in serie con il valore delle medesime grandezze disposte in parallelo e abbiamo sottolineato l'enorme differenza fra i valori risultanti.

In questo argomento analizzeremo invece il problema inverso. Avendo grandezze disposte in serie, come si deve modificare il valore se le voglio disporre in parallelo in modo da ottenere il medesimo risultato e, avendo grandezze disposte in parallelo, come si deve modificarne il valore se le voglio disporre in serie senza modificarne il valore complessivo.

Il buon apprendimento di questa tecnica operativa è indispensabile quando si devono calcolare i valori equivalenti di grandezze complessamente disposte cioè dove siano presenti contemporaneamente grandezze disposte sia in serie che in parallelo.

E' evidente che se ho due grandezze in parallelo, che si trovano in serie ad altre, è indispensabile che quelle siano trasformate in equivalenti serie se le voglio comporre con queste e viceversa.

DEFINIZIONE DI DISPOSIZIONE EQUIVALENTE

Due disposizioni si dicono equivalenti quando presentano la medesima impedenza, comunque siano disposte le grandezze nel loro interno.

E' evidente per definizione, che se presentano la medesima impedenza, presentano anche la medesima ammettenza essendo

l'ammettenza (in siemens) $Y = \frac{1}{Z}$ **l'inverso dell'impedenza** (in ohm)

Casi particolari interessanti si hanno quando si deve passare da un circuito serie ad uno equivalente parallelo e viceversa.

E' comodo per fare i calcoli e per fissare i concetti, l'uso del seguente

DIAGRAMMA VETTORIALE DEI CIRCUITI EQUIVALENTI

GEOMETRIA DIMENSIONALE DELLE GRANDEZZE EQUIVALENTI

DIAGRAMMA VETTORIALE DEI CIRCUITI EQUIVALENTI

DISPOSIZIONE EQUIVALENTE PARALLELO

L'ammettenza di un circuito equivalente parallelo è uguale all'inverso dell'impedenza del circuito equivalente serie

$$Y = \frac{1}{Z}$$

DISPOSIZIONE EQUIVALENTE SERIE

L'impedenza di un circuito equivalente serie è uguale all'inverso dell'ammettenza del circuito equivalente parallelo

$$Z = \frac{1}{Y}$$

$+B_C$ $+X_L$

suscettanze capacitive

Gli angoli di sfasamento delle grandezze relative a due circuiti equivalenti devono essere uguali

$-G$ conduttanza $G = Y \cos φ$

φ

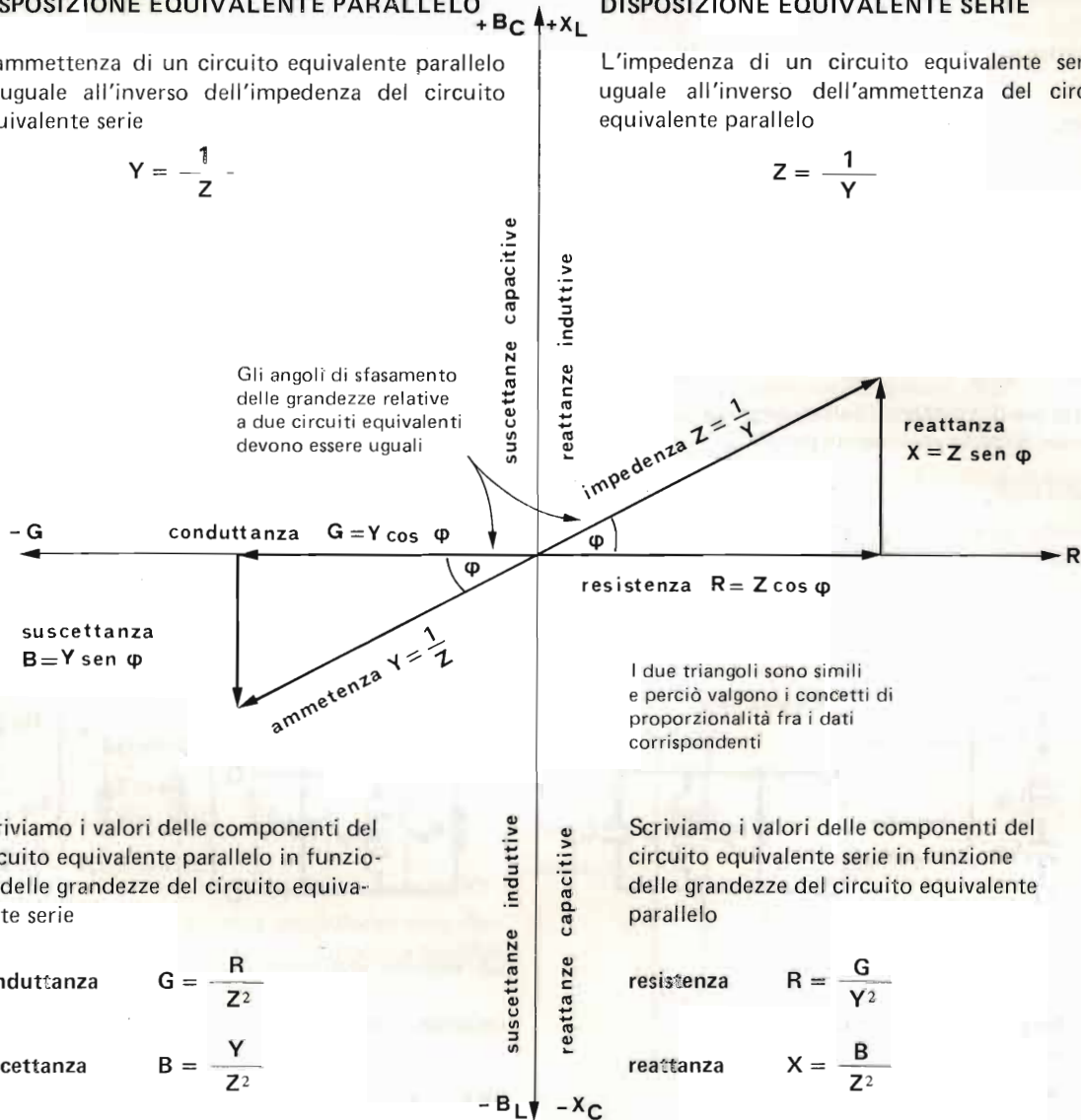
suscettanza
$B = Y$ sen φ

ammetenza $Y = \frac{1}{Z}$

I due triangoli sono simili e perciò valgono i concetti di proporzionalità fra i dati corrispondenti

suscettanze induttive

reattanze capacitive

$-B_L$ $-X_C$

Scriviamo i valori delle componenti del circuito equivalente parallelo in funzione delle grandezze del circuito equivalente serie

conduttanza $G = \frac{R}{Z^2}$

suscettanza $B = \frac{Y}{Z^2}$

Scriviamo i valori delle componenti del circuito equivalente serie in funzione delle grandezze del circuito equivalente parallelo

resistenza $R = \frac{G}{Y^2}$

reattanza $X = \frac{B}{Z^2}$

La dimostrazione è legata alle uguaglianze (similitudine dei triangoli)

$$\text{sen } \varphi = \frac{B}{Y} = \frac{X}{Z} \qquad \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{G}{Y}$$

tenendo presente che deve essere

$$Y = \frac{1}{Z} \quad \text{e} \quad Z = \frac{1}{Y}$$

Osservazione: Qualsiasi circuito misto può essere trasformato in equivalente serie o equivalente parallelo.

RESISTENZA, REATTANZA INDUTTIVA, REATTANZA CAPACITIVA, INDUTTANZA E CAPACITA'

Disposizione RLC equivalente parallelo

Abbiamo visto che le grandezze del circuito parallelo, espresse mediante quelle del circuito equivalente serie, sono le seguenti:

conduttanza $Gp = \frac{Rs}{Z^2}$ (siemens)

suscettanza $Bp = \frac{Xs}{Z^2}$ (siemens)

ammettenza $Y = \frac{1}{Z}$ (siemens)

Date le costanti di un circuito serie,

resistenza	**serie**	Rs	(ohm)
induttanza	**serie**	Ls	(henry)
capacità	**serie**	Cs	(farad)

si tratta ora di ricercare il valore delle nuove costanti del circuito equivalente parallelo

Avremo cioè:

resistenza	**equivalente parallelo**	**Rp**	(ohm)
induttanza	**equivalente parallelo**	**Lp**	(henry)
capacità	**equivalente parallelo**	**Cp**	(farad)

Disposizione RLC equivalente serie

Abbiamo visto che le grandezze del circuito serie, espresse mediante quelle del circuito equivalente parallelo sono le seguenti:

resistenza $Rs = \frac{Gp}{Y^2}$

reattanza $Xs = \frac{Bp}{Y^2}$

impedenza $Z = \frac{1}{Y}$

Date le costanti di un circuito parallelo,

resistenza	**parallelo**	Rp	(siemens)
induttanza	**parallelo**	Lp	(henry)
capacità	**parallelo**	Cp	(farad)

si tratta ora di ricercare il valore delle nuove costanti del circuito equivalente serie.

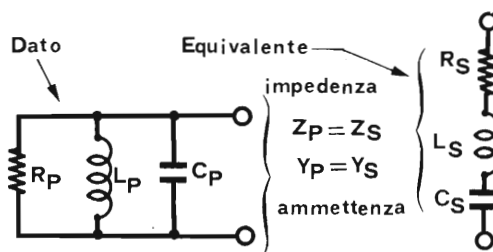
Avremo cioè:

resistenza	**equivalente serie**	Rs	(ohm)
induttanza	**equivalente serie**	Ls	(henry)
capacità	**equivalente serie**	Cs	(farad)

Le relazioni finali sono:

resist. equiv. parall. $Rp = \frac{Z^2}{Rs}$

indutt. equiv. parall. $Lp = \frac{Z^2}{\omega^2 Ls}$

capac. equiv. parall. $Cp = \frac{1}{\omega^2 Z^2 Cs}$

Le relazioni finali sono:

resistenza equiv. serie $Rs = \frac{Z^2}{Rp}$

induttanza equiv. serie $Ls = \frac{Z^2}{\omega^2 Lp}$

capacità equiv. serie $Cs = \frac{1}{\omega^2 Z^2 Cp}$

La dimostrazione è semplice: si parte dalle relazioni iniziali tenendo presente che:

$$Z = Zp = Zs \qquad Y = Yp = Ys \qquad Gp = \frac{1}{Rp} \qquad Bp = \frac{1}{Xp}$$

Inoltre ogni reattanza fornisce le due versioni: induttiva e capacitiva

$$Xp = \frac{1}{\omega Cp} \text{ (capacitiva parallelo)} \qquad Xp = \omega Lp \text{ (induttiva parallelo)}$$

$$Xs = \frac{1}{\omega Cs} \text{ (capacitiva serie)} \qquad Xs = \omega Ls \text{ (induttiva serie)}$$

Attenzione: Le equivalenze valgono per una sola frequenza.

RESISTENZE EQUIVALENTI

E' un caso particolare di quanto trattato nella pagina precedente, quando vengono a mancare l'induttanza e la capacità.

Resistenze equivalenti parallelo

Potrebbe sembrare inutile dover sostituire alcune resistenze in serie con un ugual numero di resistenze equivalenti in parallelo.

Infatti, con una sola resistenza di valore pari alla somma dei valori delle singole, si potrebbe raggiungere lo stesso scopo.

Può succedere invece che:

a) ogni resistenza in serie può variare per effetto di altri parametri e può essere interessante studiare l'effetto di ciascuna in un circuito equivalente parallelo.

b) possa interessare lo studio di un circuito parallelo dove le correnti corrispondenti risultino proporzionali a rispettive tensioni in un circuito serie.

Anche in questo caso è indispensabile che i due circuiti siano equivalenti.

Resistenze equivalenti serie

Potrebbe sembrare inutile dover sostituire alcune resistenze in parallelo con un ugual numero di resistenze equivalenti in serie.

Infatti, con una sola resistenza la cui conduttanza sia di valore pari alla somma delle singole conduttanze, si potrebbe raggiungere lo stesso scopo.

Può succedere invece che:

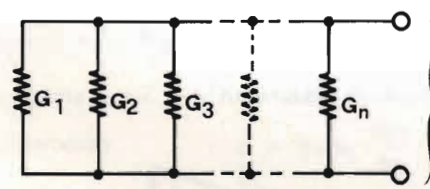
a) ogni resistenza in parallelo può variare per effetto di altri parametri e può essere interessante studiare l'effetto di ciascuna in un circuito equilente serie.

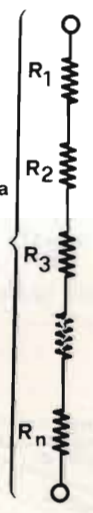
b) possa interessare lo studio di un circuito serie dove le tensioni corrispondenti risultino proporzionali a rispettive correnti in un circuito parallelo.

Anche in questo caso è indispensabile che i due circuiti siano equivalenti.

Per la determinazione dei valori equivalenti, valgono ancora le relazioni esposte in 13.93-2 che qui vengono modificate per tener conto che:

In un circuito composto da sole resistenze in parallelo, l'ammettenza è uguale alla somma delle conduttanze ΣG, cioè

$$Y = \Sigma G_p$$

conduttanza
$\Sigma G_p = G_s$
$R_p = \Sigma R_s$
resistenza

R1
R2
R3
Rn

in un circuito composto da sole resistenze in serie, l'impedenza è uguale alla somma delle resistenze ΣR, cioè

$$Z = \Sigma R_s$$

Perciò, per ogni resistenza equivalente serie **Rsn**, corrisponde una conduttanza equivalente parallelo

$$G_{pn} = \frac{R_{sn}}{(\Sigma R_s)^2}$$

oppure una
resistenza equivalente parallelo

$$R_{pn} = \frac{(\Sigma R_s)^2}{R_{sn}}$$

Perciò, per ogni parallelo equivalente parallelo **Gpn** corrisponde una resistenza equivalente serie

$$R_{sn} = \frac{G_{pn}}{(\Sigma G_p)^2}$$

oppure una
conduttanza equivalente serie

$$G_{sn} = \frac{(\Sigma G_p)^2}{G_{pn}}$$

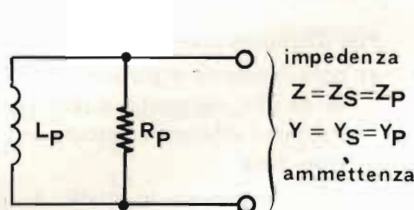
N.B. – L'angolo di sfasamento è nullo $\varphi = 0$ (tensioni e correnti sono in fase).

Attenzione: Per le sole resistenze e conduttanze, cioè quando non si trovano reattanze nel circuito in esame, l'equivalenza è indipendente dalla frequenza.

RESISTENZA E INDUTTANZA EQUIVALENTI

E' un caso particolare dell'argomento 13.94-1 quando prevale la reattanza o la suscettanza induttive, oppure quando manca la capacità.

Circuito RL equivalente parallelo

Un circuito **RL** equivalente parallelo deve avere la stessa ammettenza **Y** (o la stessa impedenza $Z = \frac{1}{Y}$) di un circuito **RL** serie o a disposizione mista

Circuito RL equivalente serie

Un circuito **RL** equivalente serie deve avere la stessa impedenza **Z** (o la stessa ammettenza $Y = \frac{1}{Z}$) di un circuito **RL** parallelo o a disposizione mista.

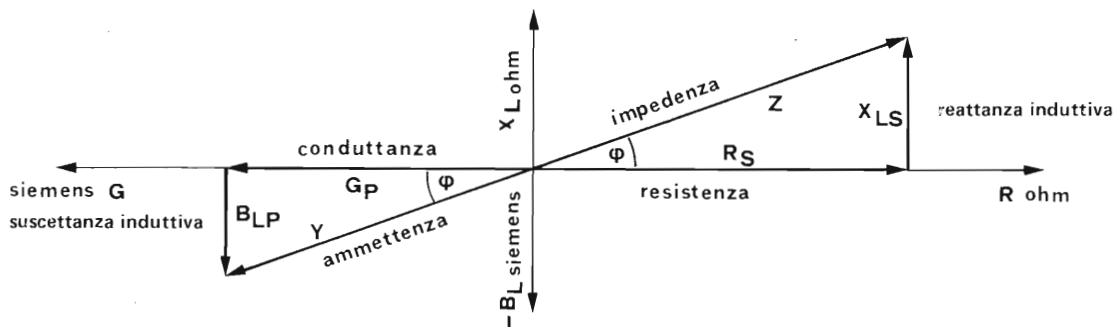
Se il circuito da trasformare è di tipo serie, si avrà il seguente

Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
resistenza serie	R_s	(ohm)
induttanza serie	L_s	(henry)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
reattanza indutt. serie	$X_{Ls} = \omega L_s$	(ohm)
resistenza serie	R_s	(ohm)
impedenza	$Z = \sqrt{Z_{Ls}^2 + R_s^2}$	(ohm)
angolo di sfasamento	$\varphi = \text{arctg} \frac{X_{Ls}}{R_s}$	

Se il circuito da trasformare è di tipo parallelo, si avrà il seguente

Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
resistenza parallelo	R_p	(ohm)
induttanza parallelo	L_p	(henry)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
suscettanza indutt. parall.	$B_{Lp} = \frac{1}{\omega L_p}$	(siemens)
conduttanza parall.	$G_p = \frac{1}{R_p}$	(siemens)
ammettenza	$Y = \sqrt{B_{Lp}^2 + G_p^2}$	(siemens)
angolo di sfasamento	$\varphi = \text{arctg} \frac{B_{Lp}}{G_p}$	

Grandezze risultanti

ammettenza parallelo	Y	$= \frac{1}{Z}$
conduttanza parallelo	G_p	$= \frac{R_s}{Z^2}$
suscettanza indutt. parall.	B_{Lp}	$= \frac{X_{Ls}}{Z^2}$

Grandezze risultanti

impedenza serie	Z	$= \frac{1}{Y}$
resistenza serie	R_s	$= \frac{G_p}{Y^2}$
reattanza induttiva serie	X_{Ls}	$= \frac{B_{Lp}}{Y^2}$

Costanti risultanti

resistenza parallelo	R_p	$= \frac{Z^2}{R_s}$
induttanza parallelo	L_p	$= \frac{Z^2}{\omega^2 L_s}$

Costanti risultanti

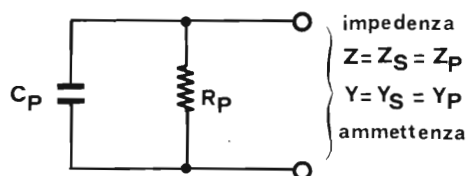
resistenza serie	R_s	$= \frac{Z^2}{R_p}$
induttanza serie	L_s	$= \frac{Z^2}{\omega^2 L_p}$

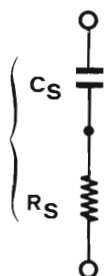
Fonti di informazione

RESISTENZA E CAPACITA' EQUIVALENTI

E' un caso particolare dell'argomento 13.94-1 quando prevale la reattanza o suscettanza capacitive, oppure quando manca l'induttanza.

Circuito RC equivalente parallelo

Un circuito **RC** equivalente deve avere la stessa ammettenza **Y** (o la stessa impedenza $Z = \frac{1}{Y}$) di un circuito **RC** serie o a disposizione mista.

Circuito RC equivalente serie

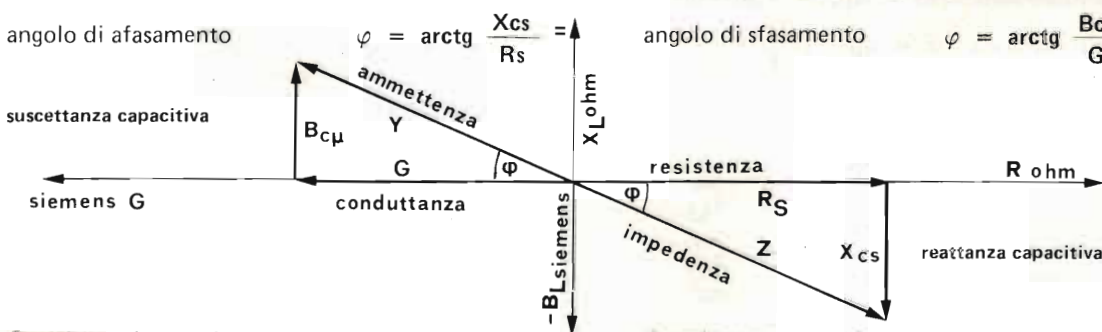
Un circuito **RC** equivalente serie deve avere la stessa impedenza **Z** (o la stessa ammettenza $Y = \frac{1}{Z}$) di un circuito parallelo **RC** o a disposizione mista.

Se il circuito da trasformare è di tipo serie, si avrà il seguente

Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
resistenza serie	Rs	(ohm)
capacità serie	Cs	(farad)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
reattanza capac. serie	$Xcs = \frac{1}{\omega Cs}$	(ohm)
resistenza serie	Rs	(ohm)
impedenza	$Z = \sqrt{Xcs^2 + Rs^2}$	(ohm)
angolo di afasamento	$\varphi = \text{arctg} \frac{Xcs}{Rs} =$	

Se il circuito da trasformare è di tipo parallelo, si avrà il seguente

Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
resistenza parallelo	Rp	(ohm)
capacità parallelo	Cp	(farad)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
suscettanza capac. par.	$Bcp = \omega Cp$	(siemens)
conduttanza parallelo	$Gp = \frac{1}{Rp}$	(siemens)
ammettenza	$Y = \sqrt{Bcp^2 + Gp^2}$	(siemens)
angolo di sfasamento	$\varphi = \text{arctg} \frac{Bcp}{Gp}$	

Grandezze risultanti

ammettenza parallelo	Y	$= \frac{1}{Z}$
conduttanza parallelo	Gp	$= \frac{Rs}{Z^2}$
suscettanza capacit. parall.	Bcp	$= \frac{Xcs}{Z^2}$

Parametri risultanti

resistenza parallelo	Rp	$= \frac{Z^2}{Rs}$
capacità parallelo	Cp	$= \frac{1}{\omega^2 Z^2 Cs}$

Grandezze risultanti

impedenza serie	Z	$= \frac{1}{Y}$
resistenza serie	Rs	$= \frac{Gp}{Y^2}$
reattanza capacitiva serie	Xcs	$= \frac{Bcp}{Y^2}$

Parametri risultanti

resistenza serie	Rs	$= \frac{Z^2}{Rp}$
capacità serie	Cs	$= \frac{1}{\omega^2 Z^2 Cp}$

INDUTTANZA E CAPACITA' EQUIVALENTI

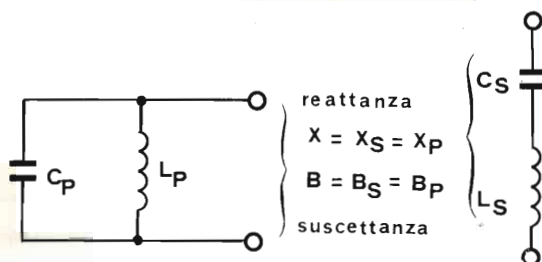
E' un caso particolare dell'argomento 13.94-1 quando viene a mancare la resistenza.

In ogni caso, l'angolo di sfasamento fra tensioni e correnti è sempre retto. Cioè $\varphi = (\frac{\pi}{2})$ in anticipo o in ritardo a seconda del prevalere dell'una o dell'altra reattanza.

Circuito LC equivalente parallelo

Un circuito **LC** equivalente parallelo deve avere la stessa suscettanza **B** (o la stessa reattanza $X = \frac{1}{B}$) di un circuito **LC** serie o a disposizione mista.

Circuito LC equivalente serie

Un circuito **LC** equivalente serie deve avere la stessa reattanza **X** (o la stessa suscettanza $B = \frac{1}{X}$) di un circuito **LC** parallelo o a disposizione mista.

Questo discorso è possibile per il fatto che, in questo circuito, la impedenza si identifica con la reattanza.

Se il circuito da trasformare è di tipo serie, si avrà il seguente

Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
induttanza serie	Ls	(henry)
capacità serie	Cs	(farad)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
reattanza indutt. serie	$X_{Ls} = \omega L$	(ohm)
reattanza capac. serie	$X_{cs} = \frac{1}{\omega C}$	(ohm)
reattanza totale serie	$Xs = X_{Ls} - X_{cs}$	(ohm)
angolo di sfasamento	$\varphi = 90° \ (\frac{\pi}{2})$	

Grandezze risultanti

suscettanza parallelo	Bp	$= \frac{1}{Xs}$
suscettanza induttiva parall.	B_{Lp}	$= \frac{X_{Ls}}{Xp^2}$
suscettanza capacitiva par.	B_{Cp}	$= \frac{X_{Cs}}{Xs^2}$

Parametri risultanti

induttanza parallelo	Lp	$= \frac{Xs^2}{\omega^2 \ Ls}$
capacità parallelo	Cp	$= \frac{1}{\omega^2 Xs^2 Cs}$

Caso particolare: Risonanza (13.84-1)

Un circuito **LC** parallelo in risonanza, presenta suscettanza $B = O$ (reattanza $X = \infty$).

E' impossibile che possa risuonare presentando suscettanza $B = \infty$!

- vedi anche 13.92-2

Se il circuito da trasformare è di tipo parallelo, si avrà il seguente

Riassunto dati

frequenza	f	(cicli/sec o hertz)
induttanza parallelo	Lp	(henry)
capacità parallelo	Cp	(farad)
pulsazione	$\omega = 2\pi f$	(rad/sec)
suscettanza ind. parall.	$B_{Lp} = \frac{1}{\omega Lp}$	(siemens)
suscettanza cap. parall.	$B_{cp} = \omega Cp$	(siemens)
suscettanza tot. parall.	$Bp = B_{Lp} - B_{cp}$	(siem)
angolo di sfasamento	$\varphi = 90° \ (\frac{\pi}{2})$	

Grandezze risultanti

reattanza serie	Xs	$= \frac{1}{Bp}$
reattanza induttiva serie	X_{Ls}	$= \frac{B_{Lp}}{Yp^2}$
reattanza capacit. serie	X_{Cs}	$= \frac{B_{Cp}}{Yp^2}$

Parametri risultanti

induttanza serie	Ls	$= \frac{Xs^2}{\omega^2 \ Lp}$
capacità serie	Cs	$= \frac{1}{\omega^2 Xs^2 Cp}$

Caso particolare: Risonanza (13.74-1)

Un circuito **LC** serie in risonanza presenta reattanza $X = O$ (suscettanza $B = \infty$).

E' impossibile che possa risuonare presentando reattanza $X = \infty$!

- vedi anche 13.92-2.

PREMESSE SULL'ARGOMENTO

Rivediamo ancora per un momento l'argomento appena svolto riassumendo la situazione.

Abbiamo analizzato come dobbiamo modificare il valore di grandezze in serie se le voglio disporre in parallelo senza modificare il valore complessivo e allo stesso modo come dobbiamo modificare il valore di grandezze in parallelo se le voglio disporre in serie.

Abbiamo già sottolineato più volte che ciò è possibile farlo solo se resta costante la frequenza dell'energia elettrica alternata cui le grandezze in questione sono sottoposte.

Al variare della frequenza tutto quanto abbiamo appena detto non è possibile, perchè a causa della presenza delle reattanze che con essa variano continuerebbero a variare i risultati finali.

E' quanto studieremo sotto l'argomento che sta per iniziare.

E' interessante constatare come variano i valori equivalenti quando si mette a variare una grandezza reattiva in una certa disposizione a causa della variazione della frequenza cui il compenso è sottoposto.

E' un esercizio di elasticità mentale che metterà in guardia il lettore da sorprese nello studio dell'elettronica.

Completa l'argomento uno studio su una disposizione mista di grandezze prima a frequenza costante e infine a frequenza variabile.

Questo studio è stato raccolto in un paragrafo separato (13.8).

SIMBOLOGIA

Cominciamo ad abituarci all'algoritmo algebrico (cioè al modo di rappresentare brevemente i concetti usando i modi dell'algebra) per rappresentare le disposizioni delle grandezze circuitali e degli elementi del circuito che le caratterizzano.

L'algoritmo della moltiplicazione, cioè l'accostamento dei simboli fra loro, significherà per noi: disposizione in serie delle grandezze e dei relativi elementi.

L'algoritmo della addizione, cioè l'interposizione del segno più (+) fra i simboli accostati, significherà per noi: disposizione in parallelo delle grandezze o dei relativi elementi.

Esempi:

RLC	significa che le tre grandezze sono disposte in serie
R + L + C	significa che le tre grandezze sono disposte in parallelo
R (L + C)	significa che **R** è in serie a **L + C** le quali due sono in parallelo fra loro
R + LC	significa che **R** è in parallelo a **LC** le quali due sono in serie fra loro

Tutta una casistica è contemplata negli argomenti che seguono.

Nota: L'abitudine a questi algoritmi faciliterà molto più avanti l'apprendimento dell'Algebra di Boole per i circuiti logici, ma

Attenzione: perchè in questo nostro sistema non si può operare come nell'algebra applicando le proprietà distributiva, associativa, ecc.

R + L + C (PARALLELO): COMPORTAMENTO DEI VALORI EQUIVALENTI SERIE

Esaminiamo il comportamento di una disposizione equivalente serie al variare della frequenza nella disposizione originaria parallelo.

Per i concetti fondamentali, vedansi gli argomenti e i paragrafi precedenti.

DISPOSIZIONE ORIGINARIA PARALLELO

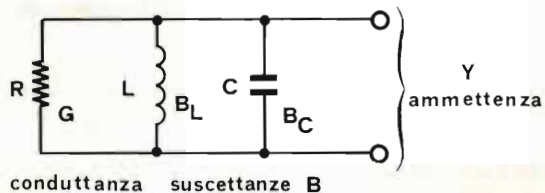
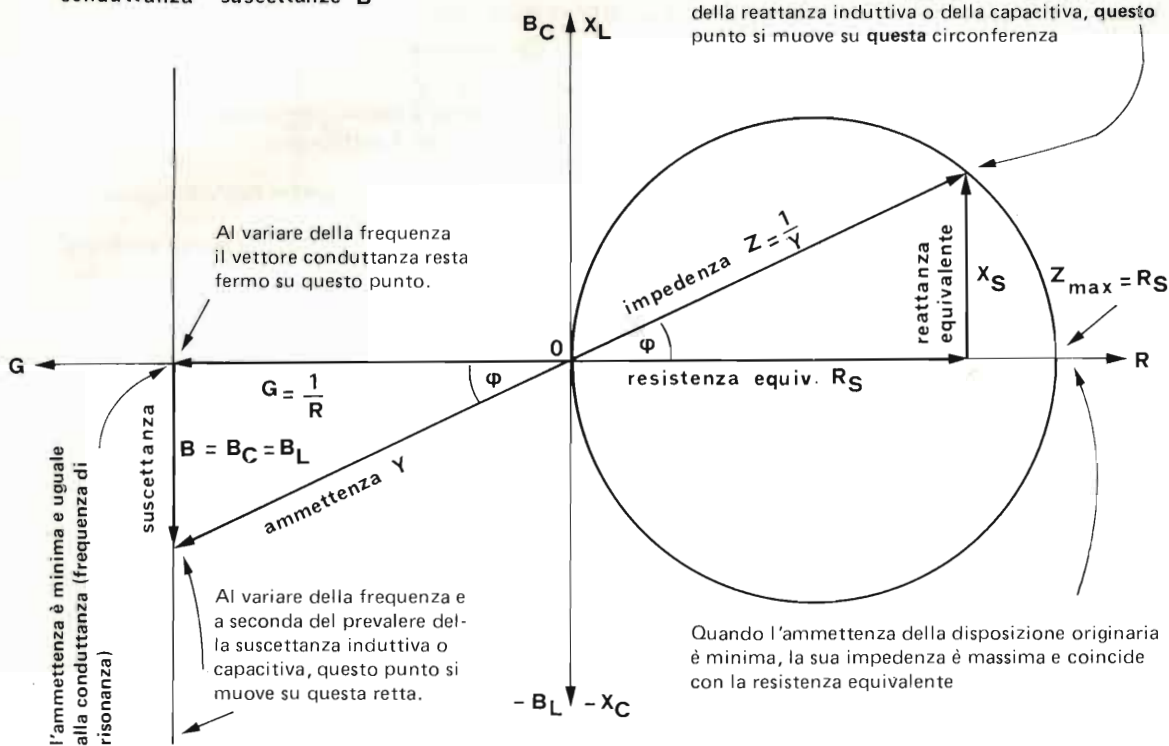



DIAGRAMMA DELLE EQUIVALENZE

Al variare della frequenza a seconda del prevalere della reattanza induttiva o della capacitiva, **questo** punto si muove su **questa** circonferenza

DISPOSIZIONE EQUIVALENTE SERIE

Impedenza

$$Z = \frac{1}{Y}$$

resistenza equivalente serie R_S — R_S

reattanze equivalenti serie X_S — X_{L_S}, L_S; C_S, C_S

Importanti conclusioni

I valori delle costanti della disposizione originaria parallelo.

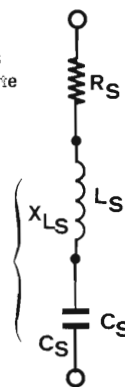
resistenza **R**, induttanza **L**, capacità **C**

restano fermi al variare della frequenza.

Dipendono invece dalla frequenza: i valori dei parametri della disposizione equivalente serie

Resistenza $Rs = \frac{G \cdot Xs}{B}$

Induttanza $Ls = \frac{Rs \cdot B}{\omega G}$

Capacità $Cs = \frac{G}{\omega RsB}$

Osservare bene come anche il valore della resistenza equivalente serie dipende dalla frequenza a causa della presenza nella formula della suscettanza **B**.

RLC (SERIE): COMPORTAMENTO DEI VALORI EQUIVALENTI PARALLELO

Esaminiamo il comportamento di una disposizione equivalente parallelo al variare della frequenza nella disposizione originazia serie.

Per i concetti fondamentali, vedansi gli argomenti precedenti in questo paragrafo.

DISPOSIZIONE ORIGINARIA SERIE

impedenza Z: resistenza R; reattanze X (L, C)

DIAGRAMMA DELLE EQUIVALENZE

Al variare della frequenza ed a seconda del prevalere della suscettanza capacitiva o della induttiva, questo punto si muove su questa circonferenza

Quando l'impedenza della disposizione originaria è minima, la sua commettenza è massima e coincide con la conduttanza equivalente

Al variare della frequenza ed a seconda del prevalere della reattanza induttiva o della capacitiva, questo punto si muove su questa retta

B_C X_L

G — conduttanza equivalente G_P — 0 — R

impedenza Z — $X = X_L - X_C$

φ

suscettanza equivalente — B_P

ammettenza $Y = \frac{1}{Z}$

Al variare della frequenza, il vettore resistenza resta fermo su questo punto

Alla frequenza di risonanza, la impedenza è minima e uguale alla resistenza

$-B_L$ $-X_C$

DISPOSIZIONE EQUIVALENTE PARALLELO

ammettenza $Y = \frac{1}{Z}$

Osservare bene come anche il valore della resistenza equivalente parallelo dipende dalla frequenza a causa della presenza nella formula della suscettanza **Bp**.

Importanti conclusioni

I valori delle costanti della disposizione originaria serie:

resistenza **R**, induttanza **L**, capacità **C** restano fermi al variare della frequenza.

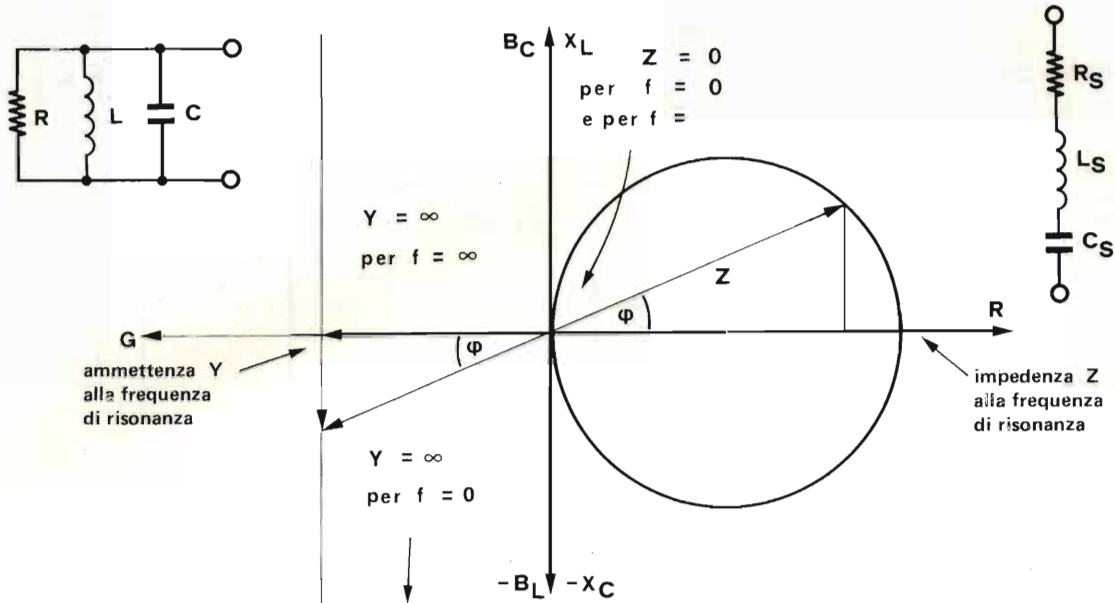
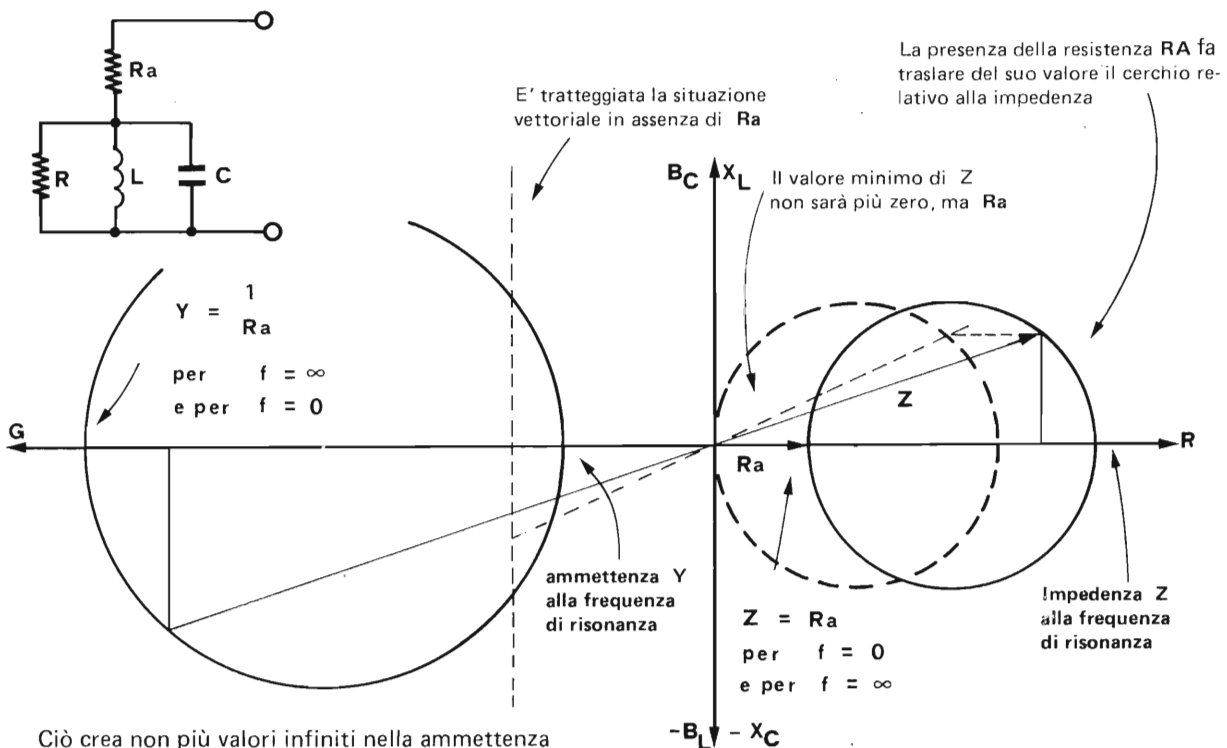
Dipendono invece dalla frequenza i valori delle costanti della disposizione equivalente parallelo.

resistenza $Rp = \frac{X}{Rs\,Bp}$

induttanza $Lp = \frac{R}{\omega\,GpX}$

capacità $Cp = \frac{GpX}{\omega\,R}$

R (R + L + C): COMPORTAMENTO DEI VALORI EQUIVALENTI

Abbiamo visto come, facendo variare la frequenza in un circuito **RLC** parallelo, la punta del vettore impedenza descriva un cerchio tangente all'asse verticale (vedi diagramma) e analogamente il vettore ammettenza in un circuito serie.

A fronte di quanto abbiamo visto in questo paragrafo, possiamo fare una interessante considerazione nel caso di un circuito come quello in figura dove si è aggiunto al parallelo una resistenza in serie **Ra**.

Ciò crea non più valori infiniti nella ammettenza per frequenza **f = O** e **f = ∞**

Paragrafo 13.8

GRANDEZZE A REGIME ALTERNATO DISPOSIZIONI MISTE

Indice degli argomenti e delle pagine

(arg. 13.82 – 13.84: compilazione a cura del lettore per esercizio)

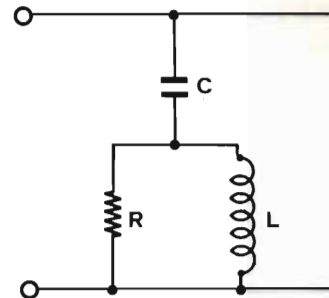
IMPOSTAZIONE VETTORIALE DEL CALCOLO

E' un esempio interessante di applicazione dei concetti elementari fin qui esposti.

DATI E SCHEMA

- **Ipotesi**

Sia dato questo schema di cui si conosca

la resistenza **R** in ohm (Ω)
l'induttanza **L** in henry **(H)**
la capacità **C** in farad **(F)**
la frequenza **f** in hertz **(Hz)**

- **Tesi**

Determinare l'impedenza del circuito in ohm (Ω) e angolo di fase (° o rad).

Procedimento: stabilite le scale delle ammettenze (**S**) e delle impedenze (Ω) e determinata la pulsazione $\omega = 2\pi f$ in rad/sec., si traccia il

DIAGRAMMA VETTORIALE DEI CIRCUITI EQUIVALENTI

disposizione parallelo (ammettenze)

(1) Bisogna prima trovare l'impedenza Z_{RL} della parte di disposizione composto dalle grandezze **R** e **L**.

Poichè esse sono in parallelo, bisogna prima conoscerne la ammettenza che si compone

(2) Si compone l'ammettenza in modulo Y_{RL} e fase ψ con il solito metodo vettoriale (in scala delle ammettenze).

(impedenze) disposizione serie

(3) Si prolunga il vettore ammettenza da questa parte (in modo da avere lo stesso angolo ψ) e vi si determina l'impedenza

(4) Calcolata la reattanza capacitiva

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

la si traccia in scala in modo da sommarla alla impedenza Z_{RL}

(5) Questa è la risultante impedenza globale della disposizione in modulo **Z** e fase φ

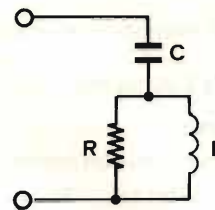
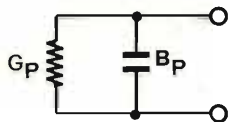
SIGNIFICATI DEL DIAGRAMMA VETTORIALE

Schema del circuito cui il presente diagramma si riferisce

C
R L

In questo quadrante l'intero circuito è visto così:

G_P B_P

B_C X_L

In questo quadrante il solo circuito **RL** è visto così

R_S
X_S

Conduttanza componente dell'intero circuito equivalente parallelo
$G_P = Y \cos\varphi$

ammettenza dell'intero circuito
$Y = \frac{1}{Z}$

componente reattiva del circuito RL equivalente serie
$X_S = Z_{RL} \text{ sen } \psi$

impedenza del circuito RL

G_P

suscettanza capacitiva componente dell'intero circuito equivalente parallelo
$B_P = Y \text{ sen } \varphi$

Y

B_P

X_S Z_{RL}

componente resistiva del circuito RL equivalente serie
$R_S = Z_{RL} \cos \psi$

φ ψ fase R_L

G — R

G fase R_L ψ φ fase globale R_S

conduttanza della resistenza
$G = \frac{1}{R}$

B_L Y_{RL}

ammettenza del circuito RL

reattanza della capacità
$X_C = \frac{1}{\omega C}$

X_C

X Z

suscettanza induttiva della induttanza
$B_L = \frac{1}{L}$

impedenza dell'intero circuito

componente reattiva dell'intero circuito
$X = Z \text{ sen } \varphi$

Nota che Rs è anche la componente resistiva dell'intero circuito, perciò è anche
$R_S = Z \cos \varphi$

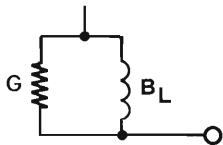
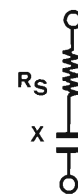
In questo quadrante il solo circuito **BL** è visto così:

G B_L

$-B_L$ $-X_C$

R_S
X_S
X_C

In questo quadrante l'intero circuito è visto così

R_S
X

In tutto questo semipiano l'intero circuito è visto così:

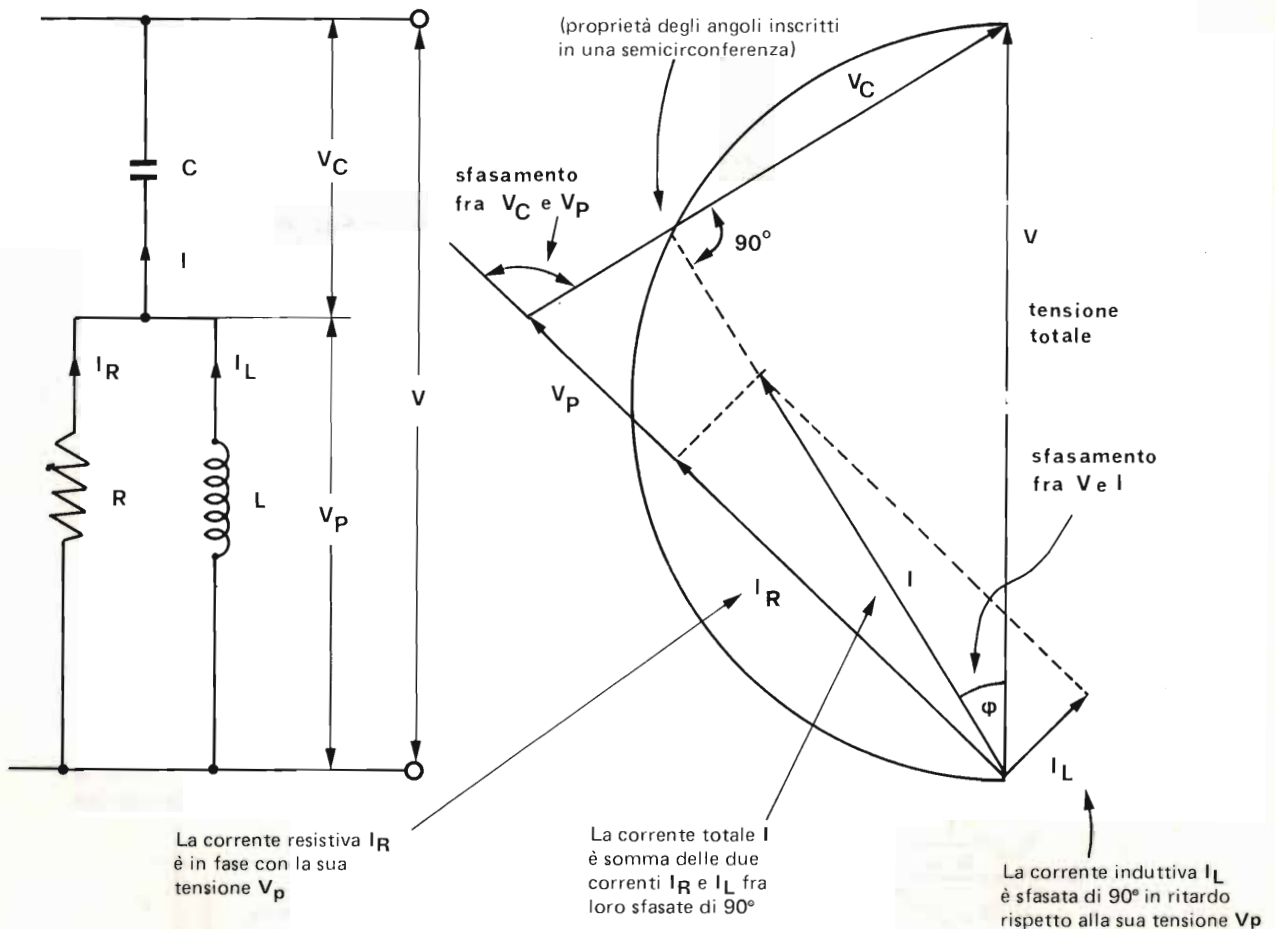
$X = X_S - X_C$

DIAGRAMMA VETTORIALE TENSIONI-CORRENTI

La distribuzione delle tensioni e delle correnti per il circuito di cui è dimostrato lo schema e per una data frequenza **f** è quello che risulta nel diagramma vettoriale a fianco.

Vediamo come esse si devono articolare per rispettare tutte le leggi che conosciamo.

La corrente totale **I**, che è anche la corrente che attraversa la capacità **C**, deve trovarsi sfasata di 90° in anticipo rispetto a **Vc**.

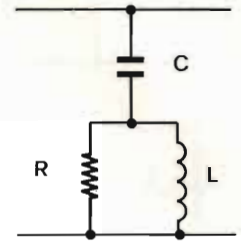
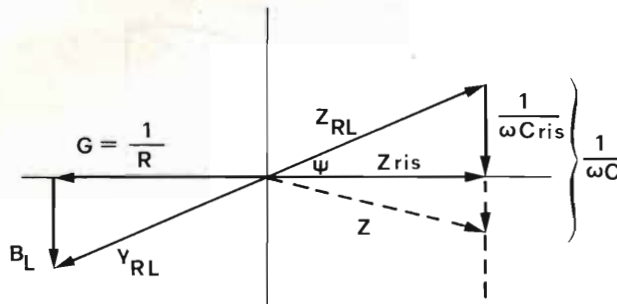
Ecco perchè l'intersezione fra **Vc** e **I** si trova sulla semicirconferenza.

Altre annotazioni importanti sono state omesse per non creare confusioni

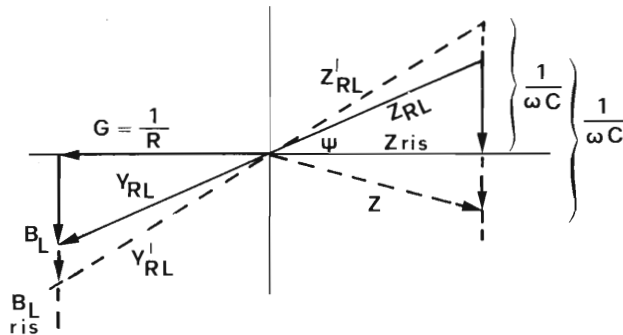
Esse sono comunque evidenti nella geometria del diagramma

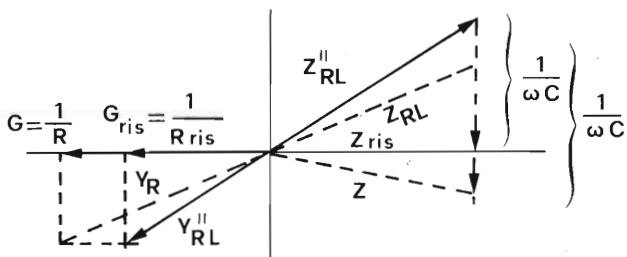
CONDIZIONI DI RISONANZA

Abbiamo già accennato che nei circuiti equivalenti anche il valore della resistenza (o della conduttanza) equivalente dipende dal valore della frequenza.

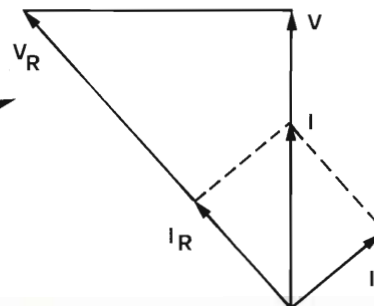
Questo ci autorizza a pensare che nel circuito in oggetto si può intervenire modificando il valore in oggetto per mandare il sistema in risonanza.

Infatti:

La risonanza può essere creata in tre modi:

Modificando la capacità affinchè la reattanza capacitiva

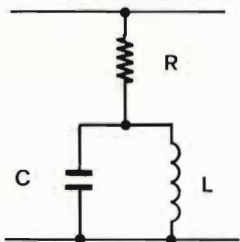
$$\frac{1}{\omega C_{ris}} = Z_{RL} \text{ sen } \psi$$

Modificando l'induttanza affinchè la suscettanza induttiva faccia diventare

$$Z_{ris} = \frac{1}{\omega C \text{ sen } \psi_{ris}}$$

Modificando la resistenza (e perciò la sua conduttanza) in modo che diventi

$$Z_{ris} = \frac{1}{\omega C \text{ sen } \psi_{ris}}$$

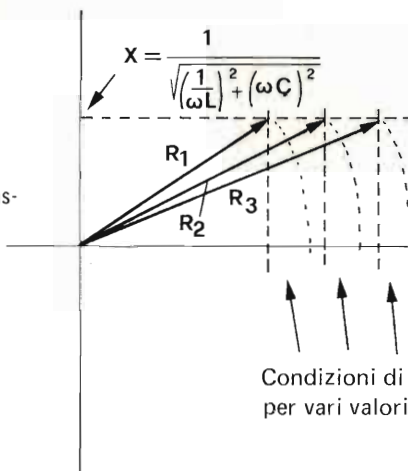
Il diagramma delle correnti diventa così

Osservare come V e I sono in fase

COMPORTAMENTO A FREQUENZA VARIABILE DI PARAMETRI PREFISSATI

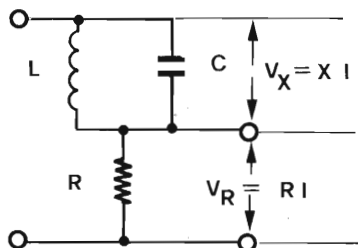
OSSERVAZIONI

Una disposizione a questo modo non crea alcun problema particolare in quanto la modifica del valore della resistenza non modifica il valore della reattanza equivalente induttiva o capacitiva.

Lo studio si riconduce a quello illustrato in 13.73-4.

Esaminiamo qui vettorialmente il problema.

Mancando la resistenza nel circuito parallelo, la retta su cui si sposta il punto che rappresenta la suscettanza globale al variare della frequenza coincide con l'asse delle ordinate

Per lo stesso motivo il cerchio della impedenza equivalente di allarga infinitamente fin da coincidere pure con l'asse delle ordinate su cui si sposta il punto che rappresenta la reattanza equivalente.

Condizioni di risonanza per vari valori della resistenza

Si noti come per un dato valore di reattanza equivalente la ripartizione delle tensioni V_R e V_X è tanto maggiormente in favore di V_R quanto maggiore è **R**.

Questo fenomeno è ampiamente sfruttato in elettronica per creare caratteristiche di sintonia molto spiccate.

IMPOSTAZIONE VETTORIALE DEL CALCOLO

Lasciamo allo studioso il completamento di questo argomento trascrivendo tutte le pagine sul modello di quelle relative all'argomento 13.81.

SIGNIFICATI DEL DIAGRAMMA VETTORIALE

DIAGRAMMA VETTORIALE TENSIONI E CORRENTI

CONDIZIONI DI RISONANZA

COMPORTAMENTO A FREQUENZA VARIABILE DI PARAMETRI PREFISSATI

IMPOSTAZIONE VETTORIALE DEL CALCOLO

Si sottolinea l'importanza di questo particolare circuito ove spesso la resistenza rappresenta quella interna di un induttore di induttanza **L**.

SIGNIFICATI DEL DIAGRAMMA VETTORIALE

DIAGRAMMA VETTORIALE TENSIONI E CORRENTI

CONDIZIONI DI RISONANZA

COMPORTAMENTO A FREQUENZA VARIABILE DI PARAMETRI PREFISSATI

IMPOSTAZIONE VETTORIALE DEL CALCOLO

SIGNIFICATI DEL DIAGRAMMA VETTORIALE

DIAGRAMMA VETTORIALE TENSIONI E CORRENTI

COMPORTAMENTO A FREQUENZA VARIABILE DI PARAMETRI PREFISSATI